

1. Ernest O. Lawrence entwickelte in den Jahren 1929-1931 den ersten ringförmigen Teilchenbeschleuniger, das Zyklotron. Dieses Zyklotron konnte Protonen auf eine kinetische Energie von 80 keV beschleunigen. Ihr maximaler Bahndurchmesser betrug dann 13 cm.

6 BE a) In einem klassischen Zyklotron werden bei der magnetischen Flussdichte B Teilchen der Masse m und Ladung q beschleunigt. Zeigen Sie, dass für die Frequenz der beschleunigenden Wechselspannung gilt:

$$f = \frac{q \cdot B}{2\pi \cdot m} .$$

4 BE b) Berechnen Sie die Endgeschwindigkeit der beschleunigten Protonen.
(Ergebnis: $3,9 \cdot 10^6 \frac{m}{s}$)

5 BE c) Mit welcher magnetischen Flussdichte wurde das Zyklotron dann betrieben?

4 BE d) Berechnen Sie die Umlaufdauer der Protonen im Zyklotron.

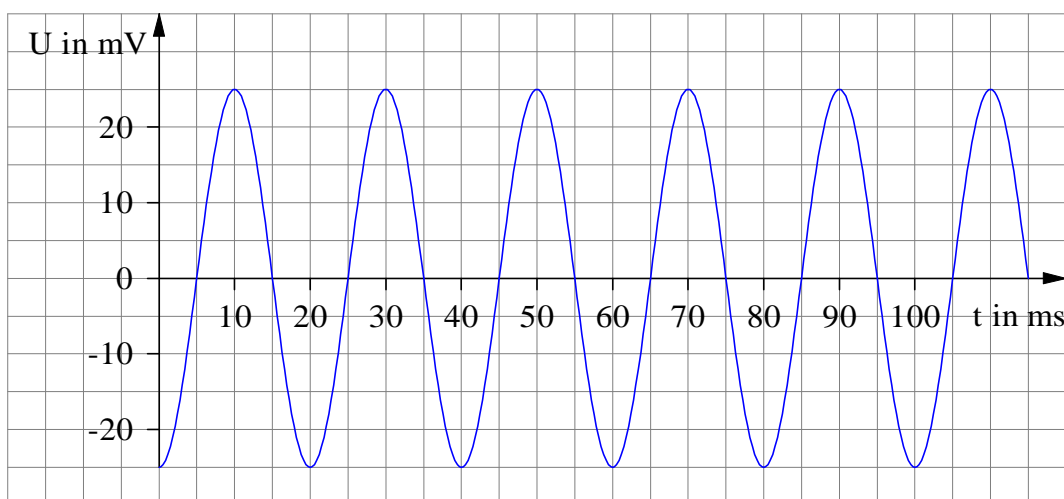
5 BE e) Warum kann mit einem klassischen Zyklotron eine teilchenabhängige Maximalenergie nicht überschritten werden? Begründen Sie, warum diese Energie bei Protonen höher ist als bei Elektronen.

2. In einer langgestreckten Feldspule von $l = 0,80$ m Länge mit $N_F = 500$ Windungen soll ein magnetisches Feld der Flussdichte $B = 4,0$ mT erzeugt werden.

3 BE a) Welcher Strom I muss dazu durch die Feldspule fließen?

Im Inneren der Feldspule rotiert eine flache kreisförmige Induktionsspule um ihren Durchmesser, der $d = 5,0$ cm beträgt. Die Rotationsachse steht senkrecht zu den Feldlinien des äußeren Feldes.

Die an den Enden der Induktionsspule induzierte Spannung soll den unten gezeichneten Verlauf haben.



3 BE b) Mit welcher Frequenz muss die Induktionsspule dazu gedreht werden?

3 BE c) Welche Effektivspannung wird an der Spule abgegriffen?

7 BE d) Wie viele Windungen (N_I) muss die Induktionsspule aufweisen?

- 7_{BE} 3. Entwerfen Sie den Schaltplan für ein Gerät, welches – gespeist allein von einer Taschenlampenbatterie – vom Menschen spürbare, kurze Stromschläge aussendet, wenn ein Schalter umgelegt wird. Bezeichnen Sie die Kontakte, zwischen denen die Spannungstöße auftreten, mit A und B .

Erläutern Sie kurz, wann und warum die hohen Spannungsspitzen auftreten.

4. Mit Hilfe einer Meißner-Schaltung wird ein Schwingkreis aufgebaut, der mit einer Frequenz von 1,00 kHz schwingt. Die Kapazität des verwendeten Kondensators beträgt $1,5 \mu\text{F}$.

- 3_{BE} Berechnen Sie die Induktivität der verwendeten Spule.

1. geg.: $E_{\text{kin}} = 80 \text{ keV}$, $R = 13 \text{ cm} : 2 = 6,5 \text{ cm}$, $m = 1,67 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$, $q = 1,60 \cdot 10^{-19} \text{ A s}$.

6 BE a) Die Lorenzkraft wirkt als Zentripetalkraft:

$$\begin{aligned} F_Z &= F_L \\ m\omega^2 r &= qvB \\ m\omega^2 r &= q \frac{2\pi r}{T} B \\ m\omega^2 r &= q\omega r B \\ \omega &= \frac{qB}{m} \end{aligned}$$

Für die Frequenz der Beschleunigungsspannung gilt:

$$\begin{aligned} \omega &= 2\pi f \\ f &= \frac{\omega}{2\pi} = \frac{q \cdot B}{2\pi \cdot m} \end{aligned}$$

4 BE b) Kinetische Energie:

$$\begin{aligned} E_{\text{kin}} &= \frac{1}{2}mv^2 \\ v &= \sqrt{\frac{2E_{\text{kin}}}{m}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 80 \cdot 10^3 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ V A s}}{1,67 \cdot 10^{-27} \text{ kg}}} = 3,9 \cdot 10^6 \frac{\text{m}}{\text{s}} \end{aligned}$$

5 BE c) Lorenzkraft als Zentripetalkraft:

$$\begin{aligned} F_Z &= F_L \\ \frac{mv^2}{R} &= qvB \\ B &= \frac{mv}{qR} = \frac{1,67 \cdot 10^{-27} \text{ kg} \cdot 3,9 \cdot 10^6 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{1,60 \cdot 10^{-19} \text{ A s} \cdot 0,065 \text{ m}} = 0,63 \text{ T} \end{aligned}$$

4 BE d) Aus Teilaufgabe a

$$\begin{aligned} f &= \frac{q \cdot B}{2\pi \cdot m} \\ \frac{1}{T} &= \frac{q \cdot B}{2\pi \cdot m} \\ T &= \frac{2\pi \cdot m}{q \cdot B} = \frac{2 \cdot \pi \cdot 1,67 \cdot 10^{-27} \text{ kg}}{1,60 \cdot 10^{-19} \text{ A s} \cdot 0,63 \text{ T}} = 1,0 \cdot 10^{-7} \text{ s} \end{aligned}$$

5 BE e) Bei Geschwindigkeiten $\gtrsim 0,1c$ nimmt die Masse nach der Relativitätstheorie merklich zu. Daher sollte die Zyklotronfrequenz

$$f = \frac{q \cdot B}{2\pi \cdot m}$$

kleiner gewählt werden. Ansonsten erreichen die beschleunigten Teilchen den Beschleunigungsspalt zwischen den D's nicht mehr rechtzeitig und werden nicht weiter beschleunigt.

Da die kinetische Energie nach

$$E_{\text{kin}} = \frac{1}{2}mv^2$$

mit v wächst, gibt es eine Grenzenergie. Diese ist jedoch noch proportional zur Teilchenmasse m . Da Protonen wesentlich schwerer als Elektronen sind, ist ihre maximale kinetische Energie größer.

2. geg.: $l = 0,80 \text{ m}$, $N_F = 500$, $B = 4,0 \text{ mT}$.

3 BE a) Magnetische Flussdichte langgestreckter Spulen:

$$B = \mu_0 \frac{IN_F}{l}$$

$$I = \frac{Bl}{\mu_0 N_F} = \frac{4,0 \cdot 10^{-3} \text{ T} \cdot 0,80 \text{ m}}{4\pi \cdot 10^{-7} \frac{\text{Vs}}{\text{Am}} \cdot 500} = 5,1 \text{ A}$$

geg.: $d = 5,0 \text{ cm} \Rightarrow r = 2,5 \text{ cm}$, $B = 4,0 \text{ mT}$.

3 BE b) Aus der Grafik entnimmt man:

$$T = 20 \text{ ms}$$

$$\Rightarrow f = \frac{1}{T} = \frac{1}{20 \cdot 10^{-3} \text{ s}} = 50 \text{ Hz}$$

3 BE c) Aus der Grafik entnimmt man:

$$U_0 = 25 \cdot 10^{-3} \text{ V}$$

Effektivwert:

$$U_{\text{eff}} = \frac{U_0}{\sqrt{2}} = \frac{2,5 \cdot 10^{-2} \text{ V}}{\sqrt{2}} = 1,8 \cdot 10^{-2} \text{ V}$$

7 BE d) Kreisfrequenz:

$$\omega = 2\pi f = 2\pi \cdot 50 \frac{1}{\text{s}} = 314 \frac{1}{\text{s}}$$

Querschnittsfläche der Induktionsspule:

$$A = r^2\pi = (0,025 \text{ m})^2 \cdot \pi = 1,96 \cdot 10^{-3} \text{ m}^2$$

Magnetischer Fluss durch rotierende Schleife:

$$\Phi(t) = \Phi_m \cos \omega t = BA \cos \omega t$$

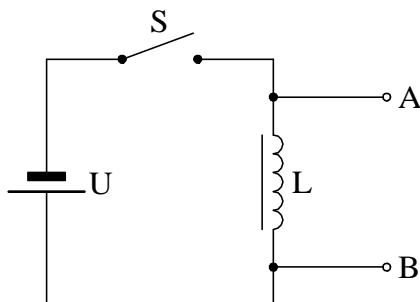
Induktionsgesetz:

$$U_{\text{ind}}(t) = -N_I \cdot \dot{\Phi}(t) = N_I AB \omega \sin \omega t$$

Scheitelwert:

$$\begin{aligned}
 U_0 &= N_1 AB \omega \\
 N_1 &= \frac{U_0}{AB \omega} \\
 &= \frac{25 \cdot 10^{-3} \text{ V}}{1,96 \cdot 10^{-3} \text{ m}^2 \cdot 4,0 \cdot 10^{-3} \text{ T} \cdot 314 \frac{1}{\text{s}}} = 10
 \end{aligned}$$

7_{BE} 3.



Die Spannungstöße treten jeweils beim Öffnen des Schalters S auf. Begründungen:
 Lenzsche Regel: Beim Öffnen des Schalters wird der Strom durch die Spule sehr schnell verringert. Die Spule baut daher zwischen ihren Enden eine Induktionsspannung auf, die das Magnetfeld aufrecht erhalten möchte. Weil der Widerstand (durch den menschlichen Körper oder zwischen den Kontakten des anfangs noch wenig geöffneten Schalters) sehr hoch ist, ist die Induktionsspannung wesentlich größer als U .

Selbstinduktion: Beim Öffnen des Schalters wird der Strom durch die Spule sehr schnell verringert, d.h. \dot{I} ist vom Betrage her sehr groß (stark negativ!). Gemäß:

$$U_{ind} = -L \cdot \dot{I}$$

baut sich eine sehr große Spannung zwischen den Spulenden auf.

3_{BE} 4. geg.: $f = 1,00 \text{ kHz} = 1000 \text{ Hz}$, $C = 1,5 \mu\text{F} = 1,5 \cdot 10^{-6} \text{ F}$.

Thomson-Gleichung:

$$\begin{aligned}
 T &= 2\pi\sqrt{LC} \\
 L &= \frac{T^2}{4\pi^2 C}
 \end{aligned}$$

Mit

$$T = \frac{1}{f}$$

folgt

$$L = \frac{1}{4\pi^2 f^2 C} = \frac{1}{4\pi^2 \cdot (1000 \text{ Hz})^2 \cdot 1,5 \cdot 10^{-6} \text{ F}} = 0,017 \text{ H}$$