

- 1) An einer Feder ($D=10 \text{ N/m}$) hängt ein Körper mit 400 g Masse. Die Masse wird um 10 cm aus der Gleichgewichtslage nach unten gezogen und dann losgelassen.
- 2P a) Um wie viel cm wird die unbelastete Feder bis zur Gleichgewichtslage ausgedehnt?
- 2P b) Wie lange dauert eine Schwingung ?
- 2P c) Gib die Bewegungsgleichungen $s(t)$ und $v(t)$.
- 4P d) Zeichne die Diagramme zu $s(t)$ und $v(t)$. (Zeitachse: $1 \text{ s} = 5 \text{ cm}$; v-Achse: $20 \text{ cm/s} = 1 \text{ cm}$).
- 6P e) Wie viel Sekunden nach dem Start ist der Körper 4 cm oberhalb der Gleichgewichtslage und welche Geschwindigkeit hat er dort? (zwei Lösungen)
- 4P f) Berechne die größte und die kleinste Kraft, die an der Feder zieht.
- 6P g) An diese Feder wird eine weitere Feder gehängt. Wie groß ist deren Federkonstante, damit das System bei gleicher Masse mit einer Frequenz von $0,6892 \text{ Hz}$ schwingt?
-
- 26P
- 2) Auf einem linearen Wellenträger breitet sich eine transversale Welle vom Ursprung eines Koordinatensystems in Richtung der positiven x-Achse mit der Geschwindigkeit $c=0,5 \text{ m/s}$ aus. Der Erreger schwingt sinusförmig mit 10 Hz und beginnt zur Zeit $t=0$ mit einer Bewegung nach oben. Die Amplitude beträgt 1 cm .
- 4P a) Wie groß sind die Wellenlänge und die Schwingungsdauer?
Nach welcher Zeit hat die Welle die Stelle $x = 0,2 \text{ m}$ erreicht?
- 4P b) Zeichne ein Momentanbild der Welle zur Zeit $t=0,18 \text{ s}$ im Bereich.
- 10P c) Die Welle wird in einem zweiten Versuch nach 9 cm an einem festen Ende reflektiert. Zeichne ein Momentanbild zur Zeit $t=0,32 \text{ s}$!
Beschreibe die Welle nach der Reflexion! Welche maximale Amplitude wird erreicht?
Wie groß ist der Abstand zweier Knoten?
-
- 18P
- 4P 3a) Erkläre die Entstehung von Eigenschwingungen eines linearen Wellenträgers der Länge l , wenn die beiden Enden des Wellenträgers fest bleiben.
- 6P b) Ein 2 m langes Seil ist an beiden Enden befestigt. Die Ausbreitungsgeschwindigkeit beträgt 4 m/s . Bestimme die Frequenz der Grundschwingung und der 1. und 2. Oberschwingung. Gib auch jeweils eine Skizze dazu an.
- 6P c) Ein anderes Seil von $3,6 \text{ m}$ Länge ist ebenfalls an beiden Enden befestigt. Da es sich um ein anderes Material handelt, hat sich nun auch die Ausbreitungsgeschwindigkeit geändert. Bei einer Frequenz von 18 Hz entsteht eine Eigenschwingung. Bei der Frequenz von 24 Hz entsteht eine weitere Eigenschwingung mit einem weiteren Knoten. Berechne die Ausbreitungsgeschwindigkeit der Welle!
Um welche Eigenschwingungen handelt es sich?
Gib durch eine Formel die Frequenzen aller Eigenschwingungen des Wellenträgers an!
-
- 16P

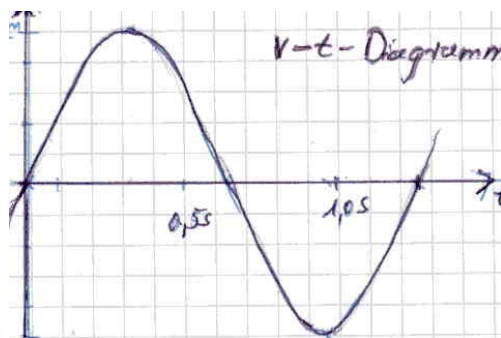
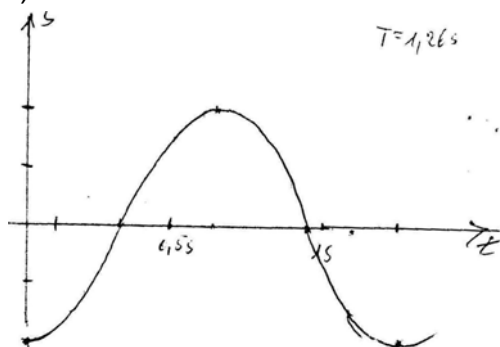
Lösungsvorschlag

1a) $Ds_0 = mg \Rightarrow s_0 = \frac{mg}{D} = \frac{9,81\text{m/s}^2 \cdot 0,4\text{kg}}{10\text{N/m}} = 39,5\text{cm}$. Die Feder wird um 39,5 cm ausgedehnt.

1b) $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{D}} = 2\pi\sqrt{\frac{0,4\text{kg}}{10\text{N/m}}} = 2\pi\sqrt{0,04\text{s}} = 0,4\pi\text{s} \approx 1,26\text{s}$ Eine Schwingung dauert 1,26s.

1c) $s(t) = -10\text{cm} \cdot \cos\left(\frac{2\pi}{0,4\pi\text{s}} \cdot t\right) = -10\text{cm} \cdot \cos\left(\frac{5t}{1\text{s}}\right)$ $v(t) = 50\frac{\text{cm}}{\text{s}} \cdot \sin\left(\frac{5t}{1\text{s}}\right)$

1d)



1e) $-10\text{cm} \cdot \cos\left(\frac{5t}{1\text{s}}\right) = 4\text{cm}$ $\cos\left(\frac{5t}{1\text{s}}\right) = -0,4$ löse die Gleichung $\cos(x) = 0,4 \Rightarrow x = 1,159$. Der Kosinus

ist im 2. und 3. Quadranten negativ: $\frac{5t}{1\text{s}} = \pi - 1,159$ $t = 0,396\text{s}$ $v(0,396\text{s}) = 50\frac{\text{cm}}{\text{s}} \cdot \sin(5 \cdot 0,396) = 46\frac{\text{cm}}{\text{s}}$.

Nach 0,396s ist der Körper 4cm oberhalb der Gleichgewichtslage mit einer Geschwindigkeit von 46

cm/s. $\frac{5t}{1\text{s}} = \pi + 1,159$ $t = 0,860\text{s}$ $v(0,860\text{s}) = 50\frac{\text{cm}}{\text{s}} \cdot \sin(5 \cdot 0,860) = -46\frac{\text{cm}}{\text{s}}$

Nach 0,860s ist der Körper 4cm oberhalb der Gleichgewichtslage mit der Geschwindigkeit von -46 cm/s.

f) die maximale Kraft ist $F_{\text{max}} = D \cdot (s_0 + s) = 10\frac{\text{N}}{\text{m}} \cdot (0,3924\text{m} + 0,10\text{m}) = 4,924\text{N}$

die minimale Kraft ist $F_{\text{min}} = D \cdot (s_0 - s) = 10\frac{\text{N}}{\text{m}} \cdot (0,3924\text{m} - 0,10\text{m}) = 2,924\text{N}$

g) $f = 0,6892\text{Hz}$ $T = 1/f = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{m}{D_{\text{gesamt}}}}$, wobei D_{gesamt} die Federkonstante der beiden hintereinander-

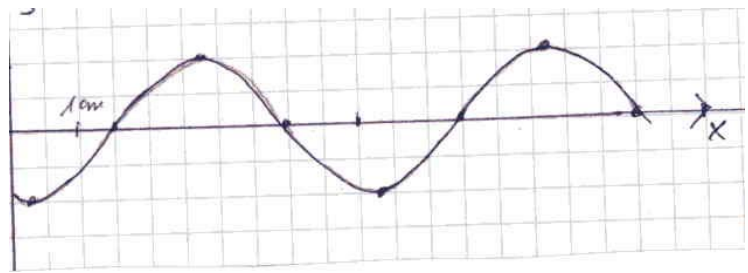
gehängten Federn ist. Es gilt: $\frac{1}{D_{\text{gesamt}}} = \frac{1}{D} + \frac{1}{D'}$. Daraus folgt $\frac{1}{D'} = \frac{1}{D_{\text{gesamt}}} - \frac{1}{D} = \frac{D - D_{\text{gesamt}}}{D \cdot D_{\text{gesamt}}}$.

Also ist $D' = \frac{D \cdot D_{\text{gesamt}}}{D - D_{\text{gesamt}}}$. D_{gesamt} berechnet sich aus $2\pi \cdot \sqrt{\frac{m}{D_{\text{gesamt}}}} = \frac{1}{f}$ zu $D_{\text{gesamt}} = 4\pi^2 mf^2$.

Damit gilt $D' = \frac{D \cdot 4\pi^2 mf^2}{D - 4\pi^2 mf^2} = \frac{7,5\text{N} \cdot 10\text{N}}{10\text{N} - 7,5\text{N}} = 30\text{N}$

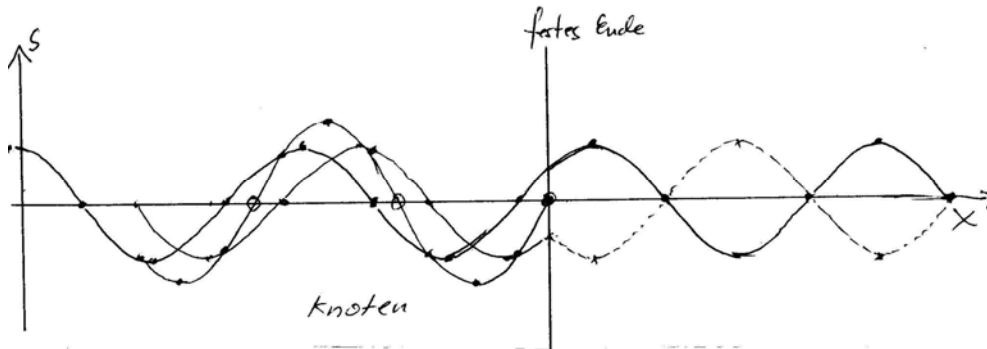
2a) Aus $c=0,5\text{ m/s}$ und $f=10\text{ Hz}$ ergibt sich die Wellenlänge von c/f gleich 5cm. Die Schwingungsdauer beträgt 0,1 s. Die Welle erreicht die Stelle $x=0,2\text{m}$ nach der Zeit $t=x/c=0,2\text{m} / 0,5\text{m/s} = 0,4\text{s}$.

2b) Nach 0,18s hat die Welle auf der Achse die Stelle $x=0,5\text{m/s} \cdot 0,18\text{s} =$ erreicht.
Das Momentanbild zu diesem Zeitpunkt:



x-
9cm

2c) zu $t=0,32\text{s}$ ist $x=16\text{cm}$. Die Welle wird am festen Ende bei $x=9\text{cm}$ reflektiert und überlagert sich mit der ankommenden Welle. Es entsteht eine stehende Welle. (Die gezeichnete Momentanaufnahme hat bei der Überlagerung eine Amplitude von ca. 1,4 cm.) Der Abstand zweier Knoten beträgt 2,5 cm.



Die größtmögliche Amplitude ist zwischen zwei Knoten und beträgt 2cm.

3a) Es überlagern sich zunächst zwei entgegengesetzte Wellen zu einer stehenden Welle. Nun kommt wieder eine Welle in gleicher Ausbreitungsrichtung und diese beiden Wellen ergeben eine konstruktive Interferenz, wenn der Gangunterschied ein ganzes Vielfaches der Wellenlänge ist. Also muss gelten $2l = k\lambda$, wobei l die Länge des Wellenträgers ist. Daraus ergibt sich also nur bei einer Frequenz von $f = \frac{c}{\lambda} = \frac{c}{2l/k} = k \cdot \frac{c}{2l}$ eine stabile Schwingung auf dem Wellenträger. Man nennt diese Frequenzen auch die Eigenfrequenzen des Wellenträgers.

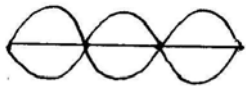
3b) $c=4\text{m/s}$; $l=2\text{m}$.



Grundschiwingung: $l = \lambda/2$. Also $f = \frac{c}{\lambda} = \frac{4\text{m/s}}{4\text{m}} = 1\text{Hz}$



1. Oberschiwingung: $l = \lambda$. Also $f = \frac{c}{\lambda} = \frac{4\text{m/s}}{2\text{m}} = 2\text{Hz}$



2. Oberschiwingung: $l = \frac{3}{2}\lambda$. Also $f = \frac{c}{\lambda} = 3 \frac{4\text{m/s}}{4\text{m}} = 3\text{Hz}$

3c) $l=3,6\text{m}$. Eigenschwiwingungen haben die Frequenzen $f = k \cdot \frac{c}{2l}$. Es gilt also $k \cdot \frac{c}{2l} = f = 18\text{Hz}$ und

$(k+1) \cdot \frac{c}{2l} = f' = 24\text{Hz}$. Aus diesen Gleichungen folgt $k \cdot c = 2l \cdot f$ und $(k+1)c = 2l \cdot f'$. Daraus

bestimmt sich $c = 2l \cdot (f' - f)$. Also ist $c = 7,2\text{m} \cdot 6\text{Hz} = 43,2\text{m/s}$. Nun ist $k = \frac{f \cdot 2l}{c} = \frac{18\text{Hz} \cdot 7,2\text{m}}{43,2\text{m/s}} = 3$.

Es handelt sich also um die 2. und 3. Oberschiwingung. Allgemein gilt damit $f = k \cdot 6\text{Hz}$.