

Sonstige Konstruktionsaufgaben

1. Konstruiere x und überprüfe das Ergebnis durch Rechnung:

$$(a) 3 : x = 5 : 7 \quad (b) x : 4 = 5 : 6 \quad (c) \frac{5,5}{4} = \frac{x}{3,2}$$

Lösung: (a) 4,2 (b) $\frac{10}{3}$ (c) 4,4

2. Bestimme in der Proportion

$$\frac{4,5}{x} = \frac{3,6}{2,7}$$

die Proportionale x (ohne Rechnung) durch eine geeignete Konstruktion.

Lösung: $x \approx 3,4$

3. In einem kartesischen Koordinatensystem (Längeneinheit 1 cm) sind durch die Punkte $A(2|1)$, $B(5|3)$, $C(1|2)$, $D(2|5)$ zwei Strecken $[AB]$ und $[CD]$ gegeben. Konstruiere mit Hilfe des Strahlensatzes eine Strecke, deren Längenmaßzahl gleich dem Produkt der Maßzahlen von \overline{AB} und \overline{CD} ist!

Hinweis: Stelle zunächst eine geeignete Verhältnisgleichung auf!

Lösung:

4. In einem kartesischen Koordinatensystem (Längeneinheit 1 cm) sind durch die Punkte $A(1|-4)$, $B(5|6)$, $C(1|5)$, $D(3|3)$ zwei Strecken $[AB]$ und $[CD]$ gegeben. Konstruiere mit Hilfe des Strahlensatzes eine Strecke, deren Längenmaßzahl gleich dem Quotienten der Maßzahlen von \overline{AB} und \overline{CD} ist!

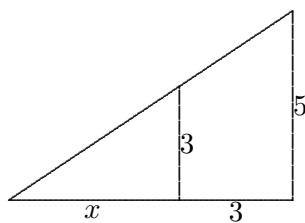
Hinweis: Stelle zunächst eine geeignete Verhältnisgleichung auf!

Lösung:

5. Für eine Strecke der Länge x gilt:

$$\frac{x}{3} = \frac{x+3}{5}$$

Konstruiere x .



Lösung:

6. Konstruiere das Trapez $ABCD$ ($AB \parallel CD$) aus $\overline{AB} = 7$ cm, $\overline{BC} = 4$ cm, $\overline{CD} = 3$ cm und $\overline{DA} = 5$ cm mit Hilfe der Strahlensätze. Verwende als Hilfspunkt den Schnittpunkt S der Geraden AD und BC ! Berechne zur Kontrolle der Konstruktion die Streckenlängen $x = \overline{DS}$ und $y = \overline{BS}$!

Lösung: $x = 3,75$ cm, $y = 3$ cm

7. (a) Konstruiere ein Rechteck mit dem Umfang $U = 18$ cm, dessen Seiten a und b sich wie $\sqrt{2} : 2$ verhalten.

(b) Berechne a und b !

Lösung: Als Hilfslängen sind die Diagonale und die doppelte Seitenlänge eines beliebigen Quadrats zu verwenden; für diese gilt: $d : 2s = \sqrt{2} : 2$;
 $a \approx 3,7$ cm; $b \approx 5,3$ cm

8. In einem Koordinatensystem (Längeneinheit 1 cm) sind von einem Dreieck ABC folgende Stücke bekannt:

$A(2|1)$; Schwerpunkt $S(5|6)$; $B(9|?)$; Seitenhalbierende $s_b = 7,5$ cm.

Verlangt sind eine Konstruktionsbeschreibung und eine saubere Konstruktion!

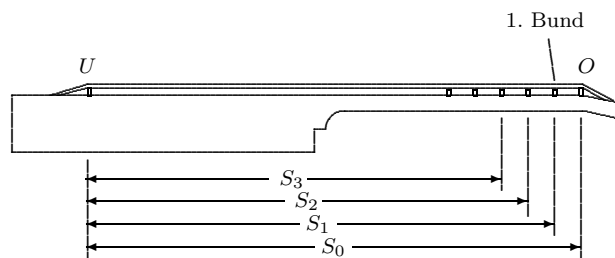
Hinweis: Beachte den Satz von den Schwerelinien im Dreieck!

Lösung:

9. Lage der Bünde bei Saiteninstrumenten:

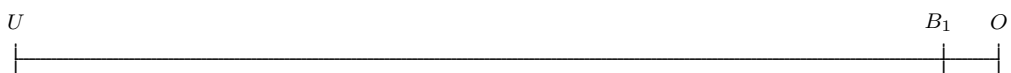
Die Länge einer Gitarrensaite ist s_0 (Entfernung von Untersattel (U) bis zum Obersattel (O)). Die Längen vom Untersattel zu den Bünden bezeichnen wir mit s_1, s_2 usw.

Für die Lage der Bünde gilt



$$\frac{s_1}{s_0} = \frac{s_2}{s_1} = \frac{s_3}{s_2} = \dots = k = \text{konst.} \quad (1)$$

- (a) Die folgende Abbildung zeigt die Lage von Untersattel, Obersattel und dem ersten Bund einer Gitarre im Maßstab 1 : 5.

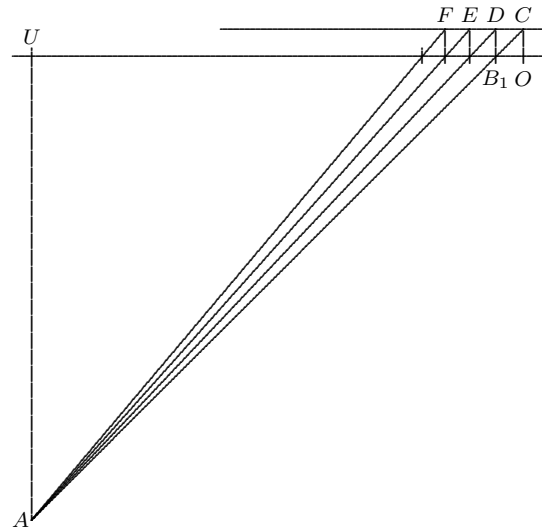


Übertrage die Zeichnung auf dein Blatt und konstruiere auf eine möglichst einfache Weise die Lage des zweiten, dritten und vierten Bundes! Entnimm deiner Konstruktion mit Hilfe einer kleinen Rechnung die tatsächliche Länge von s_4 !

- (b) Jeder Bund entspricht einem Halbton, d. h. der zwölfte Bund entspricht einer Oktave und damit ist $s_{12} = \frac{s_0}{2}$. Drücke s_{12} mit Hilfe von Gleichung (1) durch k und s_0 aus! Berechne mit der so entstandenen Gleichung k auf eine Genauigkeit von vier geltenden Ziffern durch Probieren mit dem Taschenrechner! Verwende k zur Berechnung von s_4 aus $s_0 = 65,0 \text{ cm}$! Wie groß ist der prozentuale Fehler deines in Teilaufgabe (a) ermittelten Wertes von s_4 ?

Lösung: (a)

$L_1 = \text{Lot auf } UO \text{ in } U$
 $L_2 = \text{Lot auf } UO \text{ in } O$
 A beliebiger Punkt auf L_1
 $C = L_2 \cap AB_1$
 $p = \text{Parallele zu } UO \text{ durch } C$
 $D = p \cap \text{Lot auf } UO \text{ durch } B_1$
 $B_2 = AD \cap UO$
 u.s.w.
 $\overline{UB_4} \approx 10,3 \text{ cm} \hat{=} 51,5 \text{ cm}$



$$(b) s_1 = k \cdot s_0, \quad s_2 = k \cdot s_1 = k^2 \cdot s_0, \quad \dots, \quad s_{12} = k^{12} \cdot s_0 = \frac{s_0}{2}$$

$$k^{12} = 0,5 \quad \Rightarrow \quad k \approx 0,9439 \quad \Rightarrow \quad \overline{UB_4} = k^4 \cdot s_0 \approx 51,59 \text{ cm}$$