

## Kürzen

1. Kürze vollständig:

$$\frac{-a^2 + a^3 + 2ab - 2a^2b - b^2 + ab^2}{a^2 - ab - a + b}$$

*Lösung:*  $a - b$

2. Kürze soweit wie möglich:  $\frac{60ax - 45bx + 24ay - 18by}{24ax + 60ay - 18bx - 45by}$

*Lösung:*  $\frac{5x + 2y}{2x + 5y}$

3. Bestimme die Definitionsmenge und kürze soweit wie möglich:

$$\frac{x - 1}{2x^3 - 4x^2 + 2x}$$

*Lösung:*  $\mathbb{D} = \mathbb{Q} \setminus \{0; 1\}; \frac{1}{2x(x-1)}$

4. Kürze soweit wie möglich:

$$\frac{8v^3 - 24uv^2 + 18u^2v}{18u^3 - 8uv^2}$$

*Lösung:*  $\frac{v(3u-2v)}{u(3u+2v)}$

5. Zerlege Zähler und Nenner in Faktoren und kürze vollständig:

$$\frac{42xy - 49y - 9x^2y}{9x^2y - 49y}$$

*Lösung:*  $-\frac{3x-7}{3x+7}$

6. Kürze vollständig:

$$\frac{12x^2 - 108y^2}{24x^2y - 36xy^2 - 4x^3}$$

*Lösung:*  $\frac{3(3y+x)}{x(3y-x)}$

7. Zerlege Zähler und Nenner in Faktoren und kürze vollständig:

$$\frac{-6xy + 8y^2}{54x^2y - 144xy^2 + 96y^3}$$

*Lösung:*  $\frac{1}{3(4y-3x)}$

8. Bestimme die Definitionsmenge des Terms und kürze ihn vollständig:

$$\frac{45x^2 + 30x^3}{12x^3 - 27x}$$

Lösung:  $\mathbb{D} = \mathbb{Q} \setminus \{0; \pm \frac{3}{2}\}$ , Ergebnis:  $\frac{5x}{2x-3}$

9. Kürze vollständig:

$$\frac{9xy^2 - 6x^2y - 6x^2y^2 + 4x^3y}{24x^3y - 81y - 16x^4 + 54x}$$

Lösung:  $\frac{-xy}{4x^2 + 6x + 9}$

10. Fasse zusammen und vereinfache so weit wie möglich:

$$\frac{1 + \frac{3 + 5x}{x^2 - 4x - 5}}{1 - \frac{x^2 - 11x + 23}{x^2 - 10x + 25}}$$

Lösung:  $\frac{(x-5) \cdot (x-1)}{x+1}$  (Linearfaktorzerlegung eines quadr. Terms nötig!)

11. Kürze den Term soweit wie möglich:

$$\frac{(2f-9)(4x^2+20x+25)}{36x-8xf+90-20f}$$

Lösung:  $-\frac{2x+5}{2}$

12. Kürze soweit wie möglich und gib die Definitionsmenge  $\mathbb{D}_0$  des ungekürzten sowie  $\mathbb{D}_1$  des gekürzten Bruches an:

$$\frac{(x^4 - 1)(x^2 - 6x + 9)}{(x^2 - 1)(x^2 - 9)}$$

Lösung:  $\frac{(x^2+1)(x-3)}{x+3} = \frac{x^3-3x^2+x-3}{x+3}$   
 $\mathbb{D}_0 = \mathbb{Q} \setminus \{-3; -1; 1; 3\}$  ;  $\mathbb{D}_1 = \mathbb{Q} \setminus \{-3\}$

13. Bestimme die Definitionsmenge  $\mathbb{D}$  des Terms  $T(x)$  und kürze den Term vollständig ( $\mathbb{G} = \mathbb{Q}$ )! Gib auch für den gekürzten Term  $T^*(x)$  die Definitionsmenge  $\mathbb{D}^*$  an!

(a)  $T(x) = \frac{8x^4 + 24x^3 + 18x^2}{12x^3 - 27x}$

$$(b) T(x) = \frac{15x^2 - 20x}{48x - 27x^3}$$

$$\text{Lösung: (a) } T^*(x) = \frac{2x(2x+3)}{3(2x-3)}, \quad \mathbb{D} = \mathbb{Q} \setminus \left\{-\frac{3}{2}, 0, \frac{3}{2}\right\}, \quad \mathbb{D}^* = \mathbb{Q} \setminus \left\{\frac{3}{2}\right\}$$

$$(b) T^*(x) = -\frac{5}{3(3x+4)}, \quad \mathbb{D} = \mathbb{Q} \setminus \left\{-\frac{4}{3}, 0, \frac{4}{3}\right\}, \quad \mathbb{D}^* = \mathbb{Q} \setminus \left\{-\frac{4}{3}\right\}$$

14. Kürze folgenden Term vollständig!

$$\frac{49ab^2 - 25a^3}{50a^3 - 140a^2b + 98ab^2}$$

$$\text{Lösung: } \frac{7b + 5a}{2(7b - 5a)}$$

15. Bestimme die Definitionsmenge  $\mathbb{D}$  des Terms  $T(x)$  und kürze den Term vollständig! Gib auch für den gekürzten Term  $T^*(x)$  die Definitionsmenge  $\mathbb{D}^*$  an!

$$(a) T(x) = \frac{12x^3 - 60x^2 + 75x}{8x^4 - 50x^2}$$

$$(b) T(x) = \frac{20x^2 - 12x}{27x - 75x^3}$$

$$\text{Lösung: (a) } \frac{3(2x-5)}{2x(2x+5)} \quad \mathbb{D} = \mathbb{Q} \setminus \left\{-\frac{5}{2}, 0, \frac{5}{2}\right\} \quad \mathbb{D}^* = \mathbb{Q} \setminus \left\{-\frac{5}{2}, 0\right\}$$

$$(b) -\frac{4}{3(5x+3)} \quad \mathbb{D} = \mathbb{Q} \setminus \left\{-\frac{3}{5}, 0, \frac{3}{5}\right\} \quad \mathbb{D}^* = \mathbb{Q} \setminus \left\{-\frac{3}{5}\right\}$$

16. Kürze folgenden Term vollständig!

$$\frac{36b^3 - 25a^2b}{50a^2b - 120ab^2 + 72b^3}$$

$$\text{Lösung: } \frac{6b + 5a}{2(6b - 5a)}$$

17. Kürze vollständig!

$$\frac{45a^3 - 60a^2b + 20ab^2}{40ab^3 - 90a^3b}$$

$$\text{Lösung: } \frac{2b - 3a}{2(2b + 3a)}$$

18. Kürze vollständig!

$$\frac{40a^2b - 120ab^2 + 90b^3}{45ab^3 - 20a^3b}$$

*Lösung:*  $\frac{2(3b - 2a)}{a(3b + 2a)}$

19. (a) Bestimme die Definitionsmenge  $\mathbb{D}$  für den Term

$$T(x) = \frac{24x^2 + 6 - 24x}{12x^2 - 3}$$

- (b) Kürze den Bruchterm vollständig und gib für den gekürzten Term  $T^*(x)$  die Definitionsmenge  $\mathbb{D}^*$  an!

*Lösung:* (a)  $\mathbb{D} = \mathbb{Q} \setminus \{-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\}$

(b)  $T(x) = \frac{2(2x-1)}{2x+1}$ ,  $\mathbb{D}^* = \mathbb{Q} \setminus \{-\frac{1}{2}\}$

20. (a) Bestimme die Definitionsmenge  $\mathbb{D}$  ( $\mathbb{G} = \mathbb{Q}$ ) für den Term

$$T(x) = \frac{36x^2 + 4 - 24x}{18x^2 - 2}$$

- (b) Kürze den Bruchterm vollständig und gib für den gekürzten Term  $T^*(x)$  die Definitionsmenge  $\mathbb{D}^*$  an!

*Lösung:* (a)  $\mathbb{D} = \mathbb{Q} \setminus \{-\frac{1}{3}, \frac{1}{3}\}$

(b)  $T(x) = \frac{2(3x-1)}{3x+1}$ ,  $\mathbb{D}^* = \mathbb{Q} \setminus \{-\frac{1}{3}\}$