Gleichungen ohne gängige Schemata

1. Bestimmen Sie die maximale Definitionsmenge und berechnen Sie dann die Lösungsmenge:
$$(-x)^{5^2} : \left[(-x)^5\right]^2 = \sqrt{-x^7}$$

   Lösung: $\mathbb{D} = \mathbb{R}^- = \{\, x \mid x < 0 \,\}$;
   $-\, x^{15} = |x^3| \cdot \sqrt{-x} \,\wedge\, x < 0 \quad => \quad x^{12} = \sqrt{-x} \quad => \quad \mathbb{L} = \{-1\}$

2. Bestimmen Sie die maximale Definitionsmenge und berechnen Sie dann die Lösungsmenge:
$$(-x)^{3^2} \cdot \left[(-x)^3\right]^{-2} = \sqrt{x^6}$$

   Lösung: $\mathbb{D} = \mathbb{R}\backslash\{0\}; \quad -x^3 = |x^3| \quad => \quad \mathbb{L} = \mathbb{R}^- = \{\, x \mid x < 0 \,\}$

3. Was ist falsch in folgender Gleichungskette:
$$\sqrt{-64} = \sqrt{(-4)^3} = (-4)^{\frac{3}{2}} = (-4)^{\frac{6}{4}} = \sqrt[4]{(-4)^6} = \sqrt[4]{2^{12}} = 8$$

   Lösung: $\sqrt[4]{(-4)^6} = |-4|^{\frac{6}{4}}$!!
   $(-4)^{\frac{6}{4}}$ und die links davon stehenden Terme sind nicht definiert.

4. Lösen Sie folgende Gleichung zunächst graphisch und bestätigen Sie Ihr Ergebnis dann durch Einsetzen:
$$\sqrt[3]{x} = \frac{1}{2}x - 2$$

   Lösung: $\mathbb{L} = \{8\}$

5. Lösen Sie folgende Gleichung zunächst graphisch und bestätigen Sie Ihr Ergebnis dann durch Einsetzen:
$$x^{-2} = \frac{7}{8}x - \frac{3}{2}$$

   Lösung: $\mathbb{L} = \{2\}$

6. Lösen Sie folgende Gleichung zunächst graphisch und bestätigen Sie Ihr Ergebnis dann durch Einsetzen:
$$x^{\frac{2}{3}} = (x-5)^2 - 5$$

   Lösung: $\mathbb{L} = \{8\}$