Lösen durch Termvereinfachung

1. Lösen Sie folgende Gleichung:

$$\lg \sqrt{3x-2} = -1$$

Lösung: $\mathbb{L} = \{0{,}67\}$

2. Lösen Sie erst <u>ohne</u> Verwendung des TR nach x auf und berechnen Sie aus dem vereinfachten Term die Lösung auf 5 Dezimalen genau.

$$5\lg x = 3\lg 12 + \lg 32 - 3(\lg 4 + \lg 3)$$

Lösung: $x = 2$

3. Bestimmen Sie die Lösungsmenge:

$$\lg x^2 + \lg \sqrt{x} = 10$$

Lösung: $\mathbb{L} = \{10000\}$

4. Bestimmen Sie Definitions- und Lösungsmenge:

$$\lg(x-1) + \lg(x+2) = 1$$

Lösung: $D =]1;\infty[$, $L = \{3\}$ ($x = -4$ entfällt)

5. Berechnen Sie die Lösungsmenge: $\log_3(x-75) - 3 = \log_3(x+3)$

Lösung: $\mathbb{D} =]\,75\,;\,\infty\,[$, $x = -6 \notin \mathbb{D}$, $\mathbb{L} = \{\,\}$

6. Bestimmen Sie Definitions- und Lösungsmenge:

$$\log_3(2x) - 2 = 5 \cdot \log_3 2 - \log_3 x$$

Lösung: $\mathbb{D} = \mathbb{R}^+$; $\mathbb{L} = \{12\}$

7. Man bestimme Definitionsmenge und Lösungsmenge folgender Gleichung:

$$2 \cdot \log_3 x - \log_3(6-x) = 0$$

Lösung: $\mathbb{D} =]0;6[\ ;\ \mathbb{L} = \{2\}$

8. Bestimmen Sie die Lösungsmenge folgender Gleichung:

$$\log_5(5x-8) - log_5(x-2) = 2$$

Lösung: Zusammenfassen der Log., Definition des Log.: $x = 2{,}1$

9. Bestimmen Sie Definitions- und Lösungsmenge der Gleichung:

$$6\lg\sqrt{1+x} + \lg 1 = 2 + \lg(1+x)$$

Lösung: $\mathbb{D} =]-1;\infty[$, $\mathbb{L} = \{9\}$

10. Bestimmen Sie die Lösungsmenge:

$$\lg(0{,}01x) + \lg(100x)^2 = \lg 0{,}0001 - 2\lg\sqrt{x}$$

Lösung: $\mathbb{L} = \{\frac{1}{\sqrt{1000}}\}$

11. Berechnen Sie Definitions- und Lösungsmenge über $\mathbb{G} = \mathbb{R}$:

$$\log_{10}(5-2x) + \log_{10}(1-x) = 2 - \log_{10} 5$$

Lösung: $\mathbb{D} =]-\infty;1[;\quad \mathbb{L} = \{-1{,}5\}$

12. Bestimmen Sie die Lösungsmenge über der Grundmenge $\mathbb{R}$:

$$\log_3(x+8) + \log_3(x+9) = \log_3(13x+93)$$

Lösung: $\mathbb{L} = \{3; -7\}$

13. Bestimmen Sie die Lösungsmenge über der Grundmenge $\mathbb{R}$:

$$\log_2(x+7) + \log_2(x+8) = \log_2(10x+80)$$

Lösung: $\mathbb{L} = \{3; -8\}$

14. Berechnen Sie die Lösungsmenge: $\log_3(x^2-9) - \log_3(x-3) = \log_3(3+x)$

Lösung: $\mathbb{D} =]\,3\,,\,\infty\,[\,,\ \mathbb{L} = \mathbb{D}$

15. Berechnen Sie die Lösungsmenge: $\log_2 16^x + \log_5 25^{x^2} = 16$

Lösung: $\mathbb{D} = \mathbb{R}\,,\ \mathbb{L} = \{\,2\,;\,-4\,\}$

16. Berechnen Sie die Lösungsmenge: $\log_7 3^x - \log_3 4^x = x + 2$

    Lösung: $\mathbb{D} = \mathbb{R}\,,\ \mathbb{L} = \{\,-1{,}178\,\}$

17. Berechnen Sie die Lösungsmenge: $\log_5 x^2 - \log_2 x^5 = 3$

    Lösung: $\mathbb{D} = \mathbb{R}^+\,,\ \mathbb{L} = \{\,0{,}6050\,\}$

18. Gegeben ist die Gleichung:

$$\log_2(x^2 - 2) = \log_{\frac{1}{a}}(a^{-2}) + \log_{\sqrt[4]{3}} 1 \quad \text{mit } a \in \mathbb{R}^+$$

    (a) Bestimmen Sie die maximale Definitionsmenge $\mathbb{D}_{\max}$ der Gleichung.

    (b) Vereinfachen Sie die rechte Seite der Gleichung so weit wie möglich.

    (c) Bestimmen Sie rechnerisch die Lösungsmenge der Gleichung.

    Lösung: (a) $\mathbb{D}_{\max} = \mathbb{R}\backslash[-\sqrt{2}; \sqrt{2}]$
    (b) rechte Seite: 2
    (c) $\mathbb{L} = \{-\sqrt{6}; \sqrt{6}\}$

19. Berechnen Sie die Lösungsmenge: $\log_2 x^{2a} - \log_2 x = \log_2 x^{2a-3} + 4$

    Lösung: $\mathbb{D} = \mathbb{R}^+\,,\ \mathbb{L} = \{\,4\,\}$

20. Bestimmen Sie die Lösungsmenge der Gleichung:

$$2\log_b(2x) - \log_b(6 + 10x) = 0,\ b \in \mathbb{R}^+ \setminus \{1\}$$

    Lösung: $\mathbb{L} = \{3\}$

21. Berechnen Sie die Lösungsmenge für $a > 0$ und $a \neq 1$:

$$\log_a \frac{a}{a^x} + 10 = \log_a a^{-3x}$$

    Lösung: $\mathbb{D} = \mathbb{R}\,,\ \mathbb{L} = \{\,-5\,;\,5\,\}$

22. Berechnen Sie die Lösungsmenge für $a > 0$ und $a \neq 1$:

$$\log_a \frac{a^x}{\sqrt[3]{a}} - x^2 = -\log_a \sqrt[3]{a}$$

    Lösung: $\mathbb{D} = \mathbb{R}\,,\ \mathbb{L} = \{\,0\,;\,1\,\}$

23. Berechnen Sie die Lösungsmenge für $a > 0$ und $a \neq 1$:

$$\log_a \frac{a^2}{a^{3x}} + \log_a a^{5x-2} = 3\,x - 1$$

Lösung: $\mathbb{D} = \mathbb{R}$, $\mathbb{L} = \{\,1\,\}$

24. Berechnen Sie die Lösungsmenge für $a > 0$ und $a \neq 1$:

$$\log_a \frac{x^{3c}}{x} + \log_a x^5 = \log_a x^c + 2\,c + 4$$

Lösung: $\mathbb{D} = \mathbb{R}^+$, $\mathbb{L} = \{\,a\,\}$

25. Berechnen Sie die Lösungsmenge für $a > 0$ und $a \neq 1$:

$$\log_a(x-2) + \log_a x^2 = \log_a(x^2 - 4)$$

Lösung: $\mathbb{D} =]\,2\,;\,\infty\,[$, $x_1 = 2 \notin \mathbb{D}$, $x_2 = -1 \notin \mathbb{D}$, $\mathbb{L} = \{\,\}$

26. Berechnen Sie die Lösungsmenge: $\log_x(x^2 + 4\,x + 4) = \log_x(x+2) + 2$

Lösung: $\mathbb{D} = \mathbb{R}^+ \backslash \{\,1\,\}$, $x_1 = 2 \in \mathbb{D}$, $x_2 = -1 \notin \mathbb{D}$, $\mathbb{L} = \{\,2\,\}$

27. Berechnen Sie die Lösungsmenge für $a > 0$ und $a \neq 1$:

$$\log_a \sqrt{\frac{a^{5x-2}}{a^{x-4}}} - \log_a \sqrt[3]{a^{4x}} = \frac{2}{3}\,x + 1$$

Lösung: $\mathbb{D} = \mathbb{R}$, $\mathbb{L} = \mathbb{D} = \mathbb{R}$

28. Berechnen Sie die Lösungsmenge für $e > 0$ und $e \neq 1$:

$$\log_e \frac{e^{\frac{x}{3}}}{e^{x-1}} + \log_e e^{\frac{5}{3}\,x} = x^2$$

Lösung: $\mathbb{D} = \mathbb{R}$, $\mathbb{L} = \left\{\,\frac{1}{2}(1 - \sqrt{5})\,,\ \frac{1}{2}(1 + \sqrt{5})\,\right\}$

29. Berechnen Sie die Lösungsmenge für $a > 0$ und $a \neq 1$:

$$\log_a x^{a^2} + \log_a x^{-b^2} = a(a+b)(a-b)$$

Lösung: $\mathbb{D} = \mathbb{R}^+$, $\mathbb{L} = \{\,a^a\,\}$

30. Lösen Sie folgende Gleichungen:

a) $\log_x \frac{81}{169} = -2$ b) $\log_{x+4} 64 = 2$

Lösung: (a) $\mathbb{L} = \{\frac{13}{9}\}$; (b) $\mathbb{L} = \{4\}$

31. Lösen Sie folgende Gleichungen:

a) $\log_x \sqrt[3]{0{,}5} = \frac{2}{3}$ b) $\log_x \frac{1}{8} = -6$

Lösung: (a) $\mathbb{L} = \{\frac{1}{2}\sqrt{2}\}$; (b) $\mathbb{L} = \{\sqrt{2}\}$