

Numerisches Rechnen

1. Pluto, der äußerste Planet unseres Sonnensystems, bewegt sich mit einer mittleren Geschwindigkeit von 4,75 km/s in 248 Jahren einmal um die Sonne. Wie groß ist der Durchmesser seiner Bahn und damit der Durchmesser unseres Sonnensystems? (Die Bahn von Pluto kann als Kreis angesehen werden; ein Jahr soll 365 Tage haben.)

Lösung: $1,2 \cdot 10^{10}$ km

2. 1993 erreichte das Geldvermögen privater Haushalte in Deutschland 3925 Milliarden €. Wieviel € hatte im Durchschnitt jeder der 80,2 Millionen Einwohner auf der hohen Kante?
Wie ändert sich dieses Ergebnis, wenn man davon ausgeht, dass in Deutschland 7,25 Mio. Menschen keine Ersparnisse besitzen?

Lösung: 48940 € bzw. 53804 €

3. 1993 waren in Deutschland 32,7 Millionen Autos zugelassen. Reihem Sie in Gedanken die durchschnittlich 4,2 m langen Autos aneinander und vergleichen Sie die Länge dieser Autokette mit der Länge des Erdumfangs (40000 km).

Lösung: $3,4 \cdot U_{Erde}$

4. 1993 produzierten die 80,2 Millionen Einwohner Deutschlands $3,3 \cdot 10^{11}$ kg Müll.
(a) Wieviel Müll erzeugt jeder einzelne Einwohner täglich?
(b) Was kostet der Müll jährlich, wenn die Beseitigung einer Tonne 400 € kostet?

Lösung: 11,3 kg, 132 Mrd. €

5. Falten Sie (in Gedanken!) ein Blatt Papier der Dicke 0,1 mm 50mal. Wie dick wäre das entstandene Gebilde? Vergleichen Sie Ihr Ergebnis mit der Länge des Erdumfangs (40000 km)!

Lösung: $2815 \cdot U_{Erde}$

6. Schreiben Sie in der Form $a \cdot 10^m$, so dass a eine Ziffer ($\neq 0$) vor dem Komma hat!
(a) $0,0436 \cdot 10^7$
(b) $(0,53 \cdot 10^6) \cdot (1,5 : 10^{-3})$

Lösung: (a) $4,36 \cdot 10^5$; (b) $7,95 \cdot 10^8$

7. Geben Sie jeweils in Gleitkommadarstellung (in der Form $a \cdot 10^n$ mit $n \in \mathbf{N}$ und $1 \leq a < 10$) an:

- (a) 1023,40
 (b) $35,36 \cdot 10^2 \text{km}^2$ in der Einheit m^2

Lösung: $1,02340 \cdot 10^3$, $3,536 \cdot 10^9 \text{m}^2$

8. Die Erde ist 150 Millionen Kilometer von der Sonne entfernt. Berechnen Sie, wie lange das Licht von der Sonne zur Erde benötigt und geben Sie das Ergebnis in Gleitkommadarstellung (d.h. in der Form $a \cdot 10^n$ mit $n \in \mathbf{N}$ und $1 \leq a < 10$) mit drei gültigen Ziffern in Sekunden an (Lichtgeschwindigkeit $c = 299792458 \frac{\text{m}}{\text{s}}$).

Lösung: $5,00 \cdot 10^2 \text{s}$

9. Das Universum hat ein Volumen wie ein Würfel mit einer Kantenlänge a von zwanzig Milliarden Lichtjahren (Lichtgeschwindigkeit: $c = 300\,000 \frac{\text{km}}{\text{s}}$). Ein Proton beansprucht ein Volumen wie ein Würfel mit der Kantenlänge $b = 10^{-15} \text{m}$. Wie viele Protonen passen in das Universum?

Lösung: $a = 1,89 \cdot 10^{26} \text{m}$; $V_{\text{Universum}} = 6,77 \cdot 10^{78} \text{m}^3$

$$V_{\text{Proton}} = 10^{-45} \text{m}^3; \quad N = \frac{V_{\text{Universum}}}{V_{\text{Proton}}} = 6,77 \cdot 10^{123}$$

10. Es gibt $x = 26^{1000}$ verschiedene Texte mit einer Länge von 1000 Buchstaben. Nach einer geeigneten Umformung ist x in der Gleitkommadarstellung mit drei geltenden Ziffern hinzuschreiben!

Lösung: $x = (26^{10})^{100} = (1,41167 \cdot 10^{14})^{100} = 1,41167^{100} \cdot 10^{1400} = 9,40 \cdot 10^{1414}$

11. Die Staatsverschuldung Deutschlands beträgt (1995) ungefähr zwei Billionen Mark.
- (a) Welche Verschuldung trifft bei einer Einwohnerzahl von 80 Millionen auf einen Haushalt mit vier Personen?
- (b) Ein Zehnmarkschein ist 13 cm lang, 6,5 cm breit und 0,12 mm dick. Wie lang ist ein Güterzug mit einem Laderaum von 3 m Breite und 2 m Höhe, der mit den gesamten Staatsschulden in Zehnmarkscheinen beladen ist?
- (c) Welche Kantenlänge hat ein würfelförmiger Geldspeicher, der die gesamten Staatsschulden in Markstücken aufnimmt? Wir gehen davon aus, dass ein Markstück bei der Lagerung 1cm^3 Rauminhalt beansprucht. Wie lang ist der Güterzug aus Teilaufgabe (b), wenn er mit Markstücken beladen ist?

- (d) Der Finanzminister soll die Staatsschulden zurückzahlen. Mit einem Geldkoffer (Innenmaße: 39 cm x 26 cm x 8 cm) trägt er Tausendmarkscheine (doppeltes Volumen wie Zehnmarkscheine) vom Keller der Gelddruckerei in davor wartende Geldtransporter. Für einen Gang braucht er mit Ein- und Auspacken zehn Minuten. Wie lange braucht der Finanzminister für das Zurückzahlen der Schuld, wenn er wöchentlich vierzig Stunden und jährlich vierzig Wochen daran arbeitet? Wieviel Geld hat in dem Koffer Platz?

Lösung: Diese Aufgabe dient zur Veranschaulichung großer Zahlen.

- (a) 100 000 DM (b) 33,8 km (c) 126 m; 333 km
(d) ungefähr 52 Jahre

12. Gegeben ist der Term:

$$\frac{(0,000\,000\,106\,5)^4 \cdot 0,000\,190\,0}{3\,560\,000}.$$

- (a) Stellen Sie den Term mit Zehnerpotenzen dar (jeweils eine Stelle vor dem Komma)!
(b) Berechnen Sie den Term mit dem Taschenrechner (Ergebnis mit zwei Stellen vor dem Komma und vier gültigen Ziffern)!

Lösung: (a): $\frac{1,065^4 \cdot 1,9}{3,56} \cdot 10^{-26}$
(b): $68,66 \cdot 10^{-28}$

13. Berechnen Sie mit dem Taschenrechner (5 gültige Ziffern):

$$\sqrt[5]{\frac{2,47^4 - 0,1662^{-2} \cdot 0,47^3}{0,21^3}}$$

Lösung: 5,1473