Logarithmen und die Länge von Dezimalzahlen

1. Wir betrachten die sehr große Zahl $x = 7^{3^8}$. Wie lang ist die ausgeschriebene Zahl, wenn pro Ziffer 0,5 cm beansprucht werden? Schreiben sie x als Gleitkommazahl mit drei geltenden Ziffern hin!

   Lösung: $x = 4{,}88 \cdot 10^{5544}$ $=>$ 5545 Ziffern $\widehat{=}$ 27,725 m

2. Wir betrachten die sehr große Zahl $x = 8^{4^6}$. Wie lang ist die ausgeschriebene Zahl, wenn pro Ziffer 0,5 cm beansprucht werden? Schreiben sie x als Gleitkommazahl mit drei geltenden Ziffern hin!

   Lösung: $x = 1{,}14 \cdot 10^{3699}$ $=>$ 3700 Ziffern $\widehat{=}$ 18,5 m

3. Die größte bekannte Primzahl war im Jahr 1994 die Zahl

$$p = 2^{859433} - 1$$

   (a) a bezeichne eine Zahl aus dem Intervall $[l; l+1[$ $(l \in \mathbb{N})$. Wie viele Stellen besitzt die Zahl $z = 10^a$ in der Dezimaldarstellung. Begründen Sie präzise!

   (b) Wieviele Dezimalen hat die Zahl $z = 2^{859433}$?

   (c) Begründen Sie, dass p die gleiche Anzahl von Dezimalen hat.

   (d) Wieviele Seiten im DIN A4 Format füllt die Zahl, wenn man eine Seite mit 40 Zeilen zu 80 Zeichen bedruckt?

   Lösung:
   (a) Wegen der Monotonie gilt $10^l \leq z < 10^{l+1}$, z hat also $l+1$ Stellen falls $a < 10^{l+1}$.
   (b) Die Stellenzahl von $z = 2^{859433}$ ist $l = [\log_{10} 2 \cdot 859433] + 1 = 258716$ (Gauss'sche Klammer).
   (c) Es kann nicht $z = 10^l$ sein (warum?), also haben z und p gleiche Stellenzahl.
   (d) 81 Seiten.