

## Linearfaktoren und Nullstellen

1. Führen Sie eine Polynomdivision durch:

$$(10x^3 - 24x^2 - 4x - 42) : (2x - 6)$$

*Lösung:*  $5x^2 + 3x + 7$

2. Führen Sie eine Polynomdivision durch:

$$(6x^6 + 8x^5 + 18x^4 + 18x^3 - 5x^2 - 5x - 12) : (3x + 4)$$

*Lösung:*  $2x^5 + 6x^3 - 2x^2 + x - 3$

3. Führen Sie eine Polynomdivision durch:

$$(35x^3 + 9x^2 - 28x + 8) : (5x - 3)$$

*Lösung:*  $7x^2 + 6x - 2 + \frac{2}{5x-3}$

4. Führen Sie eine Polynomdivision durch:

$$(40x^2 - 47x - 50) : (8x + 5)$$

*Lösung:*  $5x - 9 - \frac{5}{8x+5}$

5. Zeigen Sie, dass  $x_0 = -2$  eine Nullstelle des Polynoms

$$p(x) = x^5 + 2x^4 - 34x^3 - 68x^2 + 225x + 450$$

ist.

Zerlegen Sie dann das Polynom in Linearfaktoren und geben Sie alle Nullstellen an.

*Lösung:*  $p(x) = (x + 2)(x - 3)(x + 3)(x - 5)(x + 5);$

Nullstellen bei  $x = -2; -3; 3; -5; 5$

6. Ein Polynom läßt sich folgendermaßen zerlegen:

$$2x^4 - \frac{49}{4}x^3 + \frac{9}{4}x^2 - \frac{13}{2}x + 12 = \left(\frac{1}{2}x - 3\right) \cdot (\dots)$$

Bestimmen Sie den fehlenden Faktor. Geben Sie anschließend eine Zahl an, die, wenn sie im links vom Gleichheitszeichen stehenden Polynom eingesetzt wird, für dieses Polynom den Wert 0 ergibt.

*Lösung:*  $(4x^3 - \frac{1}{2}x^2 + \frac{3}{2}x - 4); \quad x = 6$

7. Bestimmen Sie die Lösungen der Gleichung:  $x^3 - x^2 - 10x - 8$

*Lösung:*  $\mathbb{L} = \{-1; -2; 4\}$

8. Zerlegen Sie in ein Produkt aus zwei Polynomen:  $x^3 + x^2 - 21x - 45$

*Lösung:* Die vollständige Zerlegung lautet:  $(x + 3)^2(x - 5)$

9. Zerlegen Sie das Polynom  $f$  vollständig in Linearfaktoren:

$$f(x) = 2x^4 - x^3 - 15x^2 + 18x$$

*Lösung:*  $2x(x - 2)(x + 3)(x - 1,5)$

10. Faktorisieren Sie soweit wie möglich:

$$x^5 + 7x^4 + 14x^3 - 7x^2 - 15x$$

*Lösung:*  $x \cdot (x - 1) \cdot (x + 1) \cdot (x^2 + 7x + 15)$

11. (a) Führen Sie folgende Polynomdivision durch (Ergebnis mit Restpolynom):

$$x^3 : (3x - 1)$$

(b) Bestimmen Sie die Lösungsmenge folgender Gleichung! (Finden Sie eine Lösung durch Probieren und führen Sie dann eine Polynomdivision durch!)

$$x^6 - 5x^2 = 10x - 2x^5$$

*Lösung:* (a):  $\frac{1}{3}x^2 + \frac{1}{9}x + \frac{1}{27} + \frac{1}{27 \cdot (3x-1)}$   
(b):  $\mathbb{L} = \{0; -2; \pm \sqrt[4]{5}\}$