

Aufgaben zur Definition der Winkelfunktionen im rechtwinkligen Dreieck

1. Einem Kreis vom Radius 6,00cm ist ein reguläres 20-Eck einbeschrieben. Berechnen Sie dessen Umfang. Wie groß ist die prozentuale Abweichung vom Kreisumfang?

Lösung: 37,54cm, 0,41%

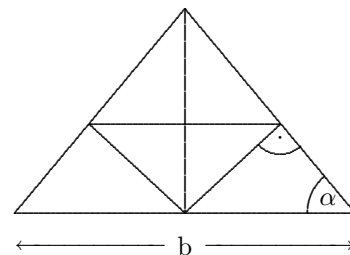
2. Eine Leiter der Länge 4,7 m wird an eine Wand gelehnt. Zwischen welchen Werten darf sich ihr Neigungswinkel gegenüber der Wand bewegen, wenn der Fußpunkt der Leiter mindestens 1 m, aber nicht weiter als 2 m von der Wand entfernt sein soll? (3 geltende Ziffern)

Lösung: $12,3^\circ \leq \alpha \leq 25,2^\circ$

3. Ein Flugzeug fliegt auf geradlinigem Kurs und in gleichbleibender Höhe von 4000 m mit einer Geschwindigkeit von $250 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ genau über einen Beobachter hinweg. Wie weit ist das Flugzeug nach 20 s vom Beobachter entfernt, und unter welchem Winkel gegen die Horizontale beobachtet er es dann? Fertigen Sie eine Skizze!

Lösung: 6403 m; $38,66^\circ$

4. Der Giebel eines Hauses soll mit einem symmetrischen Fachwerk verziert werden (vgl. Zeichnung). Alle eingezeichneten Strecken stellen Balken dar. Wieviel Meter Balken braucht man insgesamt, wenn die Giebelbreite $b = 6,40$ m und der Neigungswinkel $\alpha = 50^\circ$ beträgt?

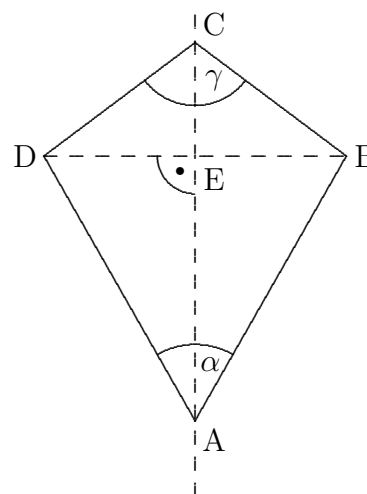


Lösung: 28,82 m

5. Von der Plattform eines 23,8 m hohen Leuchtturmes sieht man mit einem Fernrohr ein vor Anker liegendes Schiff unter einem Tiefenwinkel von $12,9^\circ$. Wie weit ist das Schiff horizontal entfernt, wenn sich das Fernrohr 1,60 m über der Plattform befindet?

Lösung: ≈ 111 m

6. Gegeben ist das Viereck $ABCD$ mit der Symmetrieachse AC (siehe Skizze) und $\alpha = 70^\circ$, $\overline{AB} = 5,2 \text{ cm}$, $\overline{AC} = 11,3 \text{ cm}$. Berechnen Sie \overline{BC} , \overline{BD} auf 1 Dezimale und den Winkel γ auf 1 Grad genau!



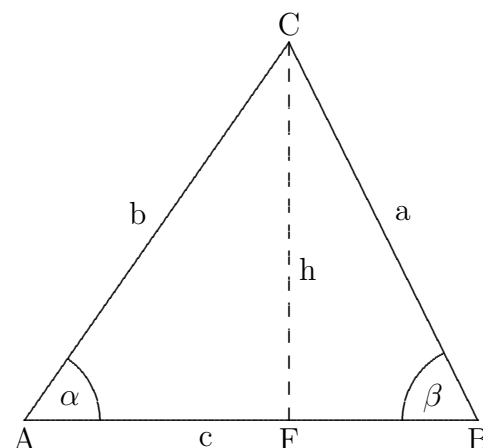
Lösung: $\overline{BC} \approx 7,6 \text{ cm}$; $\overline{BD} \approx 6,0 \text{ cm}$; $\gamma \approx 46^\circ$

7. Von einem allgemeinen Dreieck ABC (siehe Figur!) ist bekannt:

$b = 7,0 \text{ cm}$; $c = 7,4 \text{ cm}$; $\alpha = 53^\circ$.

Berechnen Sie ohne Verwendung des Satzes von Pythagoras:

- die Länge der Höhe h
- die Länge von $[AF]$
- den Winkel β
- die Länge der Seite a .



Lösung: (a): $5,6 \text{ cm}$ (b): $4,2 \text{ cm}$ (c): 60° (d): $6,5 \text{ cm}$

8. Ein Heißluftballon steigt in 500 m Entfernung senkrecht empor. Man sieht ihn zunächst unter einem Winkel von 50° , einige Zeit später unter einem Winkel von 60° und schließlich unter einem Winkel von 70° (jeweils gemessen gegen die Horizontale). Um wie viele Meter ist der Ballon zwischen den ersten beiden Winkeln gestiegen, um wie viele Meter zwischen den letzten beiden?

Lösung: $\approx 270 \text{ m}$ bzw. $\approx 508 \text{ m}$

9. Gegeben ist ein gleichschenkliges Trapez $ABCD$ mit den parallelen Grundseiten $[AB]$ und $[CD]$, wobei $\overline{AB} > \overline{CD}$ sein soll. Es sei $\overline{AB} = 2a$ und $\overline{AD} = a$ sowie $\sphericalangle BAD = \alpha$ gesetzt.

(a) Zeigen Sie, dass für den Flächeninhalt F des Trapezes gilt:

$$F = a^2 \cdot (2 - \cos \alpha) \cdot \sin \alpha$$

(b) Zeigen Sie, dass für die Diagonalenlänge \overline{AC} gilt:

$$\overline{AC} = a \cdot \sqrt{5 - 4 \cdot \cos \alpha}$$

(c) Geben Sie die möglichen Werte für die Diagonalenlänge \overline{AC} in Abhängigkeit von a an!

Lösung: (c) Wegen $0^\circ < \alpha < 90^\circ$ folgt $a < \overline{AC} < a \cdot \sqrt{5}$