

Alle Grundrechnungsarten - Faktorzerlegungen

1. Zerlegen Sie soweit wie möglich in Faktoren:

$$108u^2v^3 - 3v^5$$

Lösung: $3v^3(6u - v)(6u + v)$

2. Faktorisieren Sie vollständig:

$$16z^{k+2} - 16z^k + 4z^{k-2}$$

Lösung: $4z^{k-2} \cdot (2z^2 - 1)^2$

3. Berechnen Sie und schreiben Sie als Potenz:

$$[-9(-x^2)^3 + (-4x^3)^2] \cdot \left(\frac{1}{0,5}\right)^2$$

Lösung: $(10x^3)^2$

4. Vereinfachen Sie so weit wie möglich und geben Sie das Ergebnis nennerfrei an ($s, t \in \mathbf{R}^+$):

$$\left(s^{\frac{1}{3}} - t^{\frac{1}{3}}\right) \cdot \left(s^{\frac{2}{3}} + (st)^{\frac{1}{3}} + t^{\frac{2}{3}}\right)$$

Lösung: $s - t$

5. Zerlegen Sie Zähler und Nenner vollständig in Faktoren und kürzen Sie:

$$\frac{9a^{2n+1} - a}{a^2 - 3a^{n+2}}$$

Lösung: $-\frac{3a^n + 1}{a}$

6. Vereinfachen Sie soweit wie möglich. Die Ergebnisse sollen vollständig gekürzt und ohne Nenner geschrieben werden.

$$\frac{a^{2m+1} - a^{m+1}}{a^m - a^{3m}}$$

Lösung: $-a(1 + a^m)^{-1}$

7. Vereinfachen und kürzen Sie soweit wie möglich:

$$\frac{b^{2m} - a^{2n}}{b^{2m} + 2a^n b^m + a^{2n}}$$

Lösung: $\frac{b^m - a^n}{b^m + a^n}$

8. Vereinfachen Sie:

$$\frac{(a^2 + 6a + 9)^{2m+1}}{(-a - 3)^{2m+1}}; \quad m \in \mathbf{N}$$

Lösung: $-(a + 3)^{2m+1}$

9. Vereinfachen Sie folgenden Term so weit wie möglich:

$$\frac{81x^{9p} - 256x^{5p}}{(16x^{4p} - 24x^{5p} + 9x^{6p}) \cdot (9x^{3p} + 16x^p)}$$

Lösung: $\frac{3x^p + 4}{3x^p - 4}$; Binomische Formeln!

10. Zerlegen Sie Zähler und Nenner in Faktoren und kürzen Sie soweit wie möglich:

$$\frac{x^{2m+5} - 2x^{m+5}y^s + x^5y^{2s}}{x^{2m+8} - y^{2s}x^8}$$

Lösung: $\frac{x^m - y^s}{x^{m+3} + x^3y^s}$

11. Vereinfachen Sie so weit wie möglich:

$$\frac{u - 2u^{\frac{2}{3}} \cdot v^{\frac{1}{3}} + u^{\frac{1}{3}} \cdot v^{\frac{2}{3}}}{u - u^{\frac{1}{3}} \cdot v^{\frac{2}{3}}}$$

Lösung: $\frac{u^{\frac{1}{3}} - v^{\frac{1}{3}}}{u^{\frac{1}{3}} + v^{\frac{1}{3}}}$

12. Vereinfachen Sie so weit wie möglich:

$$\left(a^{\frac{1}{3}} - b^{\frac{1}{3}}\right) \cdot \left(\frac{a^{\frac{2}{3}} + (ab)^{\frac{1}{3}} + b^{\frac{2}{3}}}{a - b}\right)^{\frac{1}{3}}$$

Lösung: $\left(a^{\frac{1}{3}} - b^{\frac{1}{3}}\right)^{\frac{2}{3}}$

13. Vereinfachen Sie soweit wie möglich:

$$\frac{\sqrt[5]{a^2} - \sqrt[5]{32a} + 1}{(a - a^{\frac{3}{5}}) : \sqrt[5]{a^3}}; \quad a \in \mathbb{R}^+$$

Lösung: $\frac{a^{\frac{1}{5}} - 1}{a^{\frac{1}{5}} + 1}$

14. Vereinfachen Sie soweit wie möglich:

$$\frac{a^{\frac{3}{2}}x^{\frac{2}{3}} - y^{\frac{2}{3}}a^{\frac{3}{2}} + x^{\frac{2}{3}}a^{\frac{3}{2}} - a^{\frac{3}{2}}y^{\frac{2}{3}}}{4a^{\frac{1}{2}}x^{\frac{1}{3}} - 4y^{\frac{1}{3}}a^{\frac{1}{2}}}$$

Lösung: $\frac{a}{2}(x^{\frac{1}{3}} + y^{\frac{1}{3}})$

15. Vereinfachen Sie so weit wie möglich:

$$\frac{a^{\frac{2}{3}} - b^{\frac{2}{3}}}{\sqrt[3]{a} - \sqrt[3]{b}} \cdot \left[(2,7 \cdot 10^4)^{-\frac{1}{3}} \cdot \sqrt[6]{30} \right]^{\frac{6}{5}} \cdot \left(\frac{10^{-\frac{2}{3}}}{b^{\frac{1}{3}} \cdot 9^{\frac{1}{3}}} \right)^{-\frac{3}{2}}$$

Lösung: $\sqrt{b} \cdot (\sqrt[3]{a} + \sqrt[3]{b})$

16. Vereinfachen Sie soweit wie möglich:

$$\frac{a^{\frac{5}{2}} \cdot x^8 - \left[\sqrt{2} \cdot a^{\frac{5}{4}} \cdot x^2 \cdot y^{\frac{3}{2}} \right]^2 + \sqrt{a^5 \cdot y^{12}}}{(a^{-1})^{-2} \cdot (x^4 + (-y)^3)}$$

Lösung: $a^{\frac{1}{2}}(x^4 - y^3)$

17. Vereinfachen Sie und beachten Sie Fallunterscheidungen:

$$\frac{\sqrt{x^4} - \sqrt{y^6}}{x^4 - y^6}$$

Lösung: $\frac{1}{x^2+y^3}$ für $y \geq 0$ bzw. $\frac{1}{x^2-y^3}$ für $y \leq 0$ (und nicht $x^2 = \pm y^3$).

18. Vereinfachen Sie und beachten Sie Fallunterscheidungen:

$$\frac{\sqrt{x^4} + \sqrt{y^6}}{x^4 - y^6}$$

Lösung: $\frac{1}{x^2-y^3}$ für $y \geq 0$ bzw $\frac{1}{x^2+y^3}$ für $y \leq 0$ (und nicht $x^2 = \pm y^3$).

19. Kürzen Sie folgenden Bruchterm so weit wie möglich:

$$\frac{(-a^4)^{2k+1} \cdot (a^{2m-2n} - 2 \cdot a^{2m} + a^{2m+2n})}{(a^{2m-2n} - a^{2m+2n}) \cdot [(-a)^{k+1}]^8}$$

Lösung: $\frac{a^{2n} - 1}{a^4 \cdot (a^{2n} + 1)}$

20. Man stelle das Ergebnis als eine Wurzel mit möglichst einfachem Radikanden dar!

$$\frac{\left[a^{\frac{3}{4}} \cdot b \cdot (b^2 - a^2)^{\frac{1}{2}} \right]^{\frac{1}{n}}}{(b-a)^{\frac{3}{2}}} \cdot \left[(b-a)^{1-3n} \cdot a^{\frac{3}{2}} \right]^{-\frac{1}{2n}}$$

Lösung: $\sqrt[2n]{b^2 \cdot (a+b)}$