Klausur Mathematik 10 90'
Thema: Trigonometrische Funktionen und deren Anwendung

Name: .... Klasse:.............. Datum:...........

<u>Belehrende Hinweise:</u>

Die Arbeit umfasst 8 thematische Aufgabenstellungen.
Bitte lösen Sie die Ihnen vorliegenden Aufgaben sauber und ordentlich; die Form der Arbeit geht zu 10 % in die Zensur dieser Leistungsüberprüfung ein.
Bitte halten Sie einen Korrekturrand von mindestens 3 cm ein.
Alle Lösungen zu den Aufgabenstellungen sind zu nummerieren.
Rechenwege müssen nachvollziehbar sein; ein der Aufgabe getreuer Antwortsatz ist zu formulieren.
Zwischen den Lösungen für die Aufgaben ist für Notationen zwei Zeilen frei zu lassen.
Jedes Blatt ist mit dem Namen zu versehen.
Die Anzahl der beschriebenen Seiten ist hier anzugeben.

Die Arbeit umfasst.......... Seiten.

Die Aufgabenstellung ist unnummeriert als Anhang abzugeben.
Schwerwiegende und gehäufte Verstöße gegen die sprachliche Richtigkeit und die deutsche Rechtschreibung führen zum Abzug von Punkten.
Bei Betrug oder Betrugsversuchen erfolgt unwiderruflich die Erteilung der Zensur „6“ oder „00“ Punkte.
Es werden ab dem Zeitpunkt der Vorlage der Arbeitsmaterialien keine Fragen mehr beantwortet, da dies nicht als nötig erachtet wird und die individuell-psychologische Fähigkeit der Selbständigkeit fördern soll.
Viel Erfolg!

<u>Auswertung in Bewertungseinheiten / Notenpunkten:</u>

Nr.	Bemerkung	Soll	Ist
1		6	
2		3	
3		2	
4		1	
5		6	
6		13	
7		5	
8		9	
Gesamt	Gesamtpunkte im Inhalt	***<u>45 BE</u>***	____→______x 0,9 = _____ (I)

Form: _____ Notenpunkte x 0,1 = _____ (II)

Gesamtzensur: (I)+(II)= ______ ≈ ______ →

Klausur Mathematik 10 90'
Thema: Trigonometrische Funktionen und deren Anwendung

Aufgabenstellungen 1/2

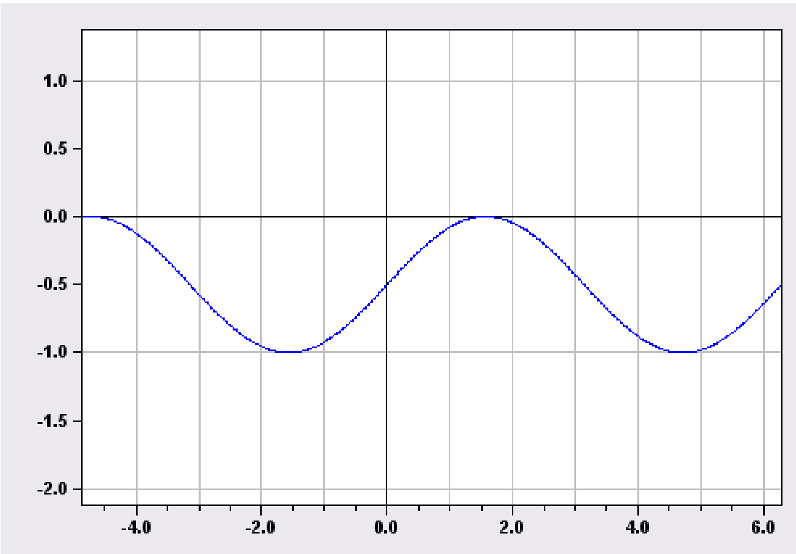
1.Rechne um!
a) ins Bogenmaß: $\alpha=34°$, $\beta=405°$
b) in Winkel im Gradmaß: $\chi_1 = 1{,}5$, $\chi_2 = -0{,}45$

2. Berechne und runde auf vier Nachkommastellen!

a) $\sin(5/7\,\pi)$ b) $\cos(-15°)$ c) $\tan 2$

3. Ermittle alle Winkel x mit $0 \leq x \leq 4$ für die gilt: $4\sin(3x) = -4$.

4. Gib die Gleichung der Funktion an!



5. Berechne die fehlenden Seiten und Winkel im Dreieck ($\gamma = 90°$)! Runde auf zwei Nachkommastellen!

$\beta = 53{,}1°$; $c = 5\text{cm}$

6. Berechne die fehlenden Seiten und Winkel in einem Dreieck ABC!

a) Konstruiere zunächst das Dreieck und fertige eine Konstruktionsbeschreibung an!
Führe die geforderten Berechnungen bei den gegebenen Größen aus! $a = 5{,}7\text{cm}$, $c = 8\text{cm}$, $\beta = 56°$
b) $a = 3{,}5\text{cm}$, $b = 8\text{cm}$, $c = 6\text{cm}$
Berechne für dieses Dreieck zusätzlich den Flächeninhalt!

Aufgabenstellungen 2/2

7. Erkläre das Zustandekommen des Spezialfalles des Cosinussatzes für $\gamma = 90°$ und der damit verbundenen grundlegenden mathematischen Regel für die Dreiecksberechnung!

8. Erläutere die Einwirkung der Parameter a, b und c der Funktionsgleichung a sin (bx) + c allgemein und anschließend anhand von selbst gewählten Beispielen. Fertige dazu auch Koordinatensysteme an!

INHALT:

45-42-36-28-21-15-00						
15	13	10	07	04	01	00
1+	1-	2-	3-	4-	5-	6

FORM:

15	13	10	07	04	01	00
1+	1-	2-	3-	4-	5-	6

Lösungsvorschlag

Aufgabe 1a

Formel zur Umrechnung eines Winkels α ins Bogenmaß x: $x = \frac{\pi}{180°} \cdot \alpha$

$\alpha = 34° \Longrightarrow x = \frac{\pi}{180°} \cdot 34° \approx \mathbf{0,593}$

$\beta = 405° \Longrightarrow x = \frac{\pi}{180°} \cdot 405° \approx \mathbf{7,069}$

Aufgabe 1b

Formel zur Umrechnung vom Bogenmaß x in einen Winkel α: $\alpha = \frac{180°}{\pi} \cdot x$

$x_1 = 1{,}5 \Longrightarrow \alpha = \frac{180°}{\pi} \cdot 1{,}5 \approx \mathbf{85,94°}$

$x_2 = -0{,}45 \Longrightarrow \alpha = \frac{180°}{\pi} \cdot (-0{,}45) \approx \mathbf{-25,78°}$

Aufgabe 2

In den Taschenrechner eingeben, richtige Einstellung auf Bogenmaß bzw. Winkelmaß beachten:

a) $\sin(\frac{5}{7}\pi) \approx \mathbf{0,7818}$ (Bogenmaß)

b) $\cos(-15°) \approx \mathbf{0,9659}$ (Winkelmaß)

c) $\tan(2) \approx \mathbf{-2,1850}$ (Bogenmaß)

Aufgabe 3

$4\sin(3x) = -4 \quad |:4$

$\sin(3x) = -1$

$Anm.: \sin(x) = -1 \; gilt \; für \; alle \; x \; mit \; x = \frac{3}{2}\pi + 2k\pi, wobei \; k \in \mathbb{Z}$

$\Longrightarrow 3x = \frac{3}{2}\pi + 2k\pi \quad |:3$

$x = \frac{1}{2}\pi + \frac{2}{3}k\pi$

$\Longrightarrow x_1 = \boldsymbol{\frac{1}{2}\pi}$

$x_2 = \frac{1}{2}\pi + \frac{2}{3} \cdot 1 \cdot \pi = \boldsymbol{\frac{7}{6}\pi}$

$x_3 = \frac{1}{2}\pi + \frac{2}{3} \cdot 2 \cdot \pi = \boldsymbol{\frac{11}{6}\pi}$

$x_4 = \frac{1}{2}\pi + \frac{2}{3} \cdot 3 \cdot \pi = \boldsymbol{\frac{5}{2}\pi}$

$x_5 = \frac{1}{2}\pi + \frac{2}{3} \cdot 4 \cdot \pi = \boldsymbol{\frac{19}{6}\pi}$

$x_6 = \frac{1}{2}\pi + \frac{2}{3} \cdot 5 \cdot \pi = \boldsymbol{\frac{23}{6}\pi}$

Aufgabe 4

$\boldsymbol{f(x) = 0,5\sin(x) - 0,5}$

Begründung:

- Verschiebt man die Funktion um 0,5 nach oben, geht sie exakt durch den Ursprung (0|0), ist daher eine Sinus- und keine Cosinusfunktion
- Die eben genannte Verschiebung der Sinusfunktion um 0,5 nach unten begründet die "-0,5" am Ende der Funktion
- Die Funktion ist auf die halbe Höhe zusammengestaucht (zwischen 0 und -1 anstatt zwischen 1 und -1). Daher der Faktor "0,5" vor dem Sinus

Aufgabe 5

Gegeben: $c = 5cm, \quad \beta = 53{,}1°, \quad \gamma = 90°$

Gesucht: $a = ?, \quad b = ?, \quad \alpha = ?$

$\alpha = 90° - \beta = 90° - 53{,}1° = \mathbf{36{,}9°}$

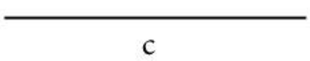
$\sin\beta = \frac{b}{c} \iff b = c \cdot \sin\beta = 5cm \cdot \sin(53{,}1°) = \mathbf{4cm}$

$a^2 + b^2 = c^2 \iff a^2 = c^2 - b^2 = 25cm^2 - 16cm^2 = 9cm^2 \implies a = \mathbf{3cm}$

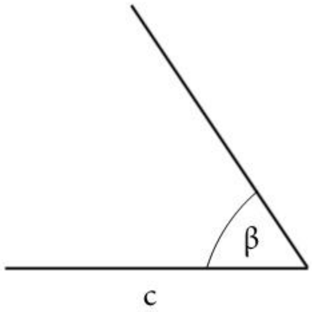
Aufgabe 6a

Konstruktion des Dreiecks:

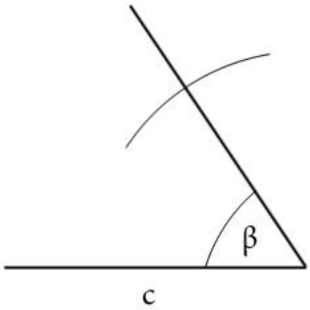
1. Zeichnen von $c = 8cm$:



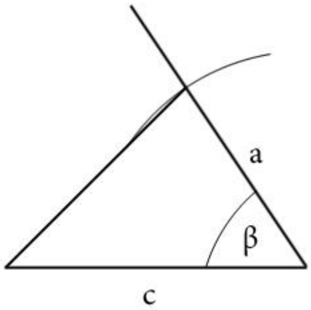
2. Einzeichnen des Winkels $\beta = 56°$:



3. Mit dem Zirkel die Länge $a = 5{,}7cm$ abtragen:



4. Strecke b einzeichnen:



Berechnung der fehlenden Seiten und Winkel:

Gegeben: $a = 5{,}7cm, \quad c = 8cm, \quad \beta = 56°$

Gesucht: $b = ?\,, \quad \alpha = ?\,, \quad \gamma = ?$

Berechne b über Cosinussatz:

$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cdot \cos\beta = (5{,}7cm)^2 + (8cm)^2 - 91{,}2cm^2 \cdot \cos\beta \approx 45{,}4916cm^2$

$\Longrightarrow b \approx \mathbf{6{,}74cm}$

Berechnung von α über Sinussatz:

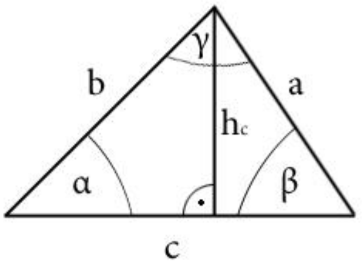
$$\frac{\sin\alpha}{a} = \frac{\sin\beta}{b} \quad \Longrightarrow \quad \frac{\sin\alpha}{5{,}7cm} = \frac{\sin 56°}{6{,}74cm} \quad \Longrightarrow \sin\alpha = \frac{\sin 56°}{6{,}74cm} \cdot 5{,}7cm \approx 0{,}7011$$

$\Longrightarrow \quad \alpha \approx \mathbf{44{,}52°}$

$\gamma = 180° - \alpha - \beta = \mathbf{79{,}48°}$

Aufgabe 6b

Gegeben: $a = 3{,}5cm, \quad b = 8cm, \quad c = 6cm$
Gesucht: $\alpha = ?, \quad \beta = ?, \quad \gamma = ?, \quad A = ?$



Berechne α über Cosinussatz:

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos\alpha$$
$$\Longrightarrow (3{,}5cm)^2 = (8cm)^2 + (6cm)^2 - 96cm^2 \cdot \cos\alpha$$
$$12{,}25cm^2 = 100cm^2 - 96cm^2 \cdot \cos\alpha \qquad | -100cm^2$$
$$-87{,}75cm^2 = -96cm^2 \cdot \cos\alpha \qquad |: (-96cm^2)$$
$$0{,}9141 \approx \cos\alpha$$
$$\alpha \approx \mathbf{23{,}93°}$$

Berechne β über Sinussatz:

$$\frac{\sin\alpha}{a} = \frac{\sin\beta}{b} \quad \Longrightarrow \quad \frac{\sin 23{,}93°}{3{,}5cm} = \frac{\sin\beta}{8cm} \quad \Longrightarrow \quad \sin\beta = \frac{\sin 23{,}93°}{3{,}5cm} \cdot 8cm \approx 0{,}9270$$
$$\Longrightarrow \quad \beta \approx \mathbf{67{,}98°}$$

$$\gamma = 180° - \alpha - \beta = \mathbf{88{,}09°}$$

Berechnung des Flächeninhalts $A = \frac{1}{2} \cdot g \cdot h = \frac{1}{2} \cdot c \cdot h_c$:

Für die Höhe h_c gilt: $\sin\alpha = \frac{h_c}{b}$ und daher:

$$\sin 23{,}93° = \frac{h_c}{8cm} \quad \Longrightarrow \quad h_c = \sin 23{,}93° \cdot 8cm \approx 3{,}24cm$$

Somit ist der Flächeninhalt:

$$A = \frac{1}{2} \cdot c \cdot h_c = \frac{1}{2} \cdot 6cm \cdot 3{,}24cm = \mathbf{9{,}73cm^2}$$

Aufgabe 7

Der Cosinussatz für $\gamma = 90°$ lautet:

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cdot \cos 90°$$

Da $\cos 90° = 0$ ist, folgt hieraus:

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ac \cdot 0 = a^2 + b^2$$

Dies ist der Satz des Pythagoras: $a^2 + b^2 = c^2$

Aufgabe 8

Erläuterung der Parameter in $f(x) = a \cdot \sin(bx) + c$

Parameter a:

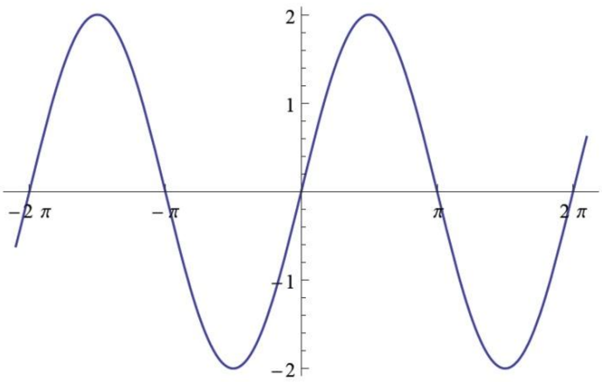
Streckt oder staucht die Funktion in der Höhe

$|a| > 1$: Die Funktion wird in der Höhe gestreckt

$0 < |a| < 1$: Die Funktion wird in der Höhe gestaucht

$a < 0$: Die Funktion wird "auf den Kopf" gestellt

Beispiel: $f(x) = 2\sin(x)$



Parameter b:

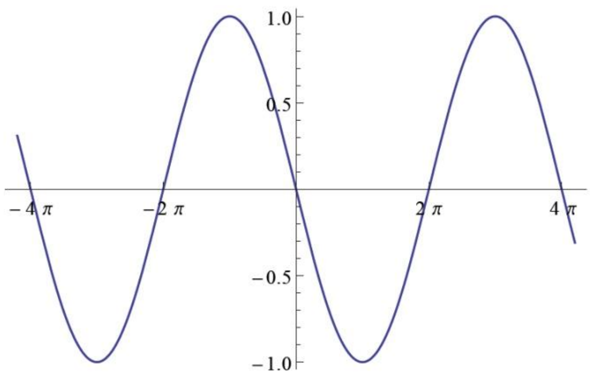
Verändert die Periodenlänge der Funktion

$|b| > 1$: Die Periodenlänge wird kürzer

$0 < |b| < 1$: Die Periodenlänge wird größer

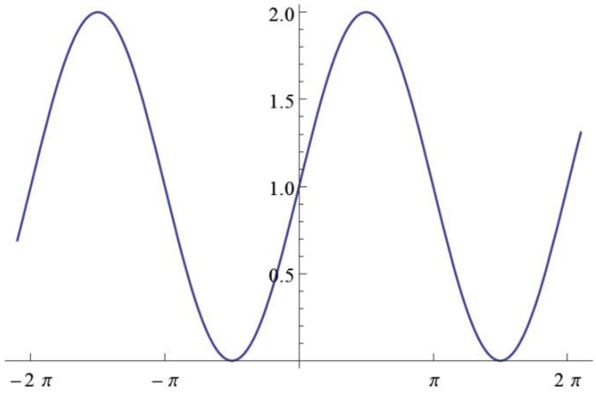
$b < 0$: Die Funktion wird wieder "auf den Kopf" gestellt, da $\sin(-bx) = -\sin(bx)$

Beispiel: $f(x) = \sin(-0{,}5x)$



Parameter c:
Verschiebt die Funktion entlang der y-Achse, also in der Höhe
$c > 0$: Die Funktion wird nach oben verschoben
$c < 0$: Die Funktion wird nach unten verschoben

Beispiel: $f(x) = \sin(x) + 1$



Kombination aus allen 3 Beispielen: $f(x) = 2\sin(-0{,}5x) + 1$