

# Abschlussprüfung zum Hauptschulabschluss

und diesem gleichwertige Abschlüsse

Mathematik

Beispiele zu den zentralen  
schriftlichen Prüfungsaufgaben

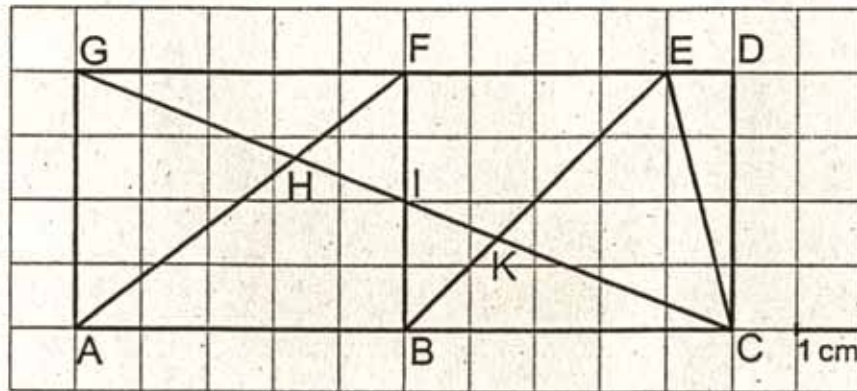


Freie und Hansestadt Hamburg  
Behörde für Bildung und Sport

## Idee Raum und Form, Idee des Messens

### 24. Ebene Figuren: Dreiecke

In der Abbildung sind verschiedene geometrische Figuren dargestellt, zum Beispiel das Viereck ABEF.

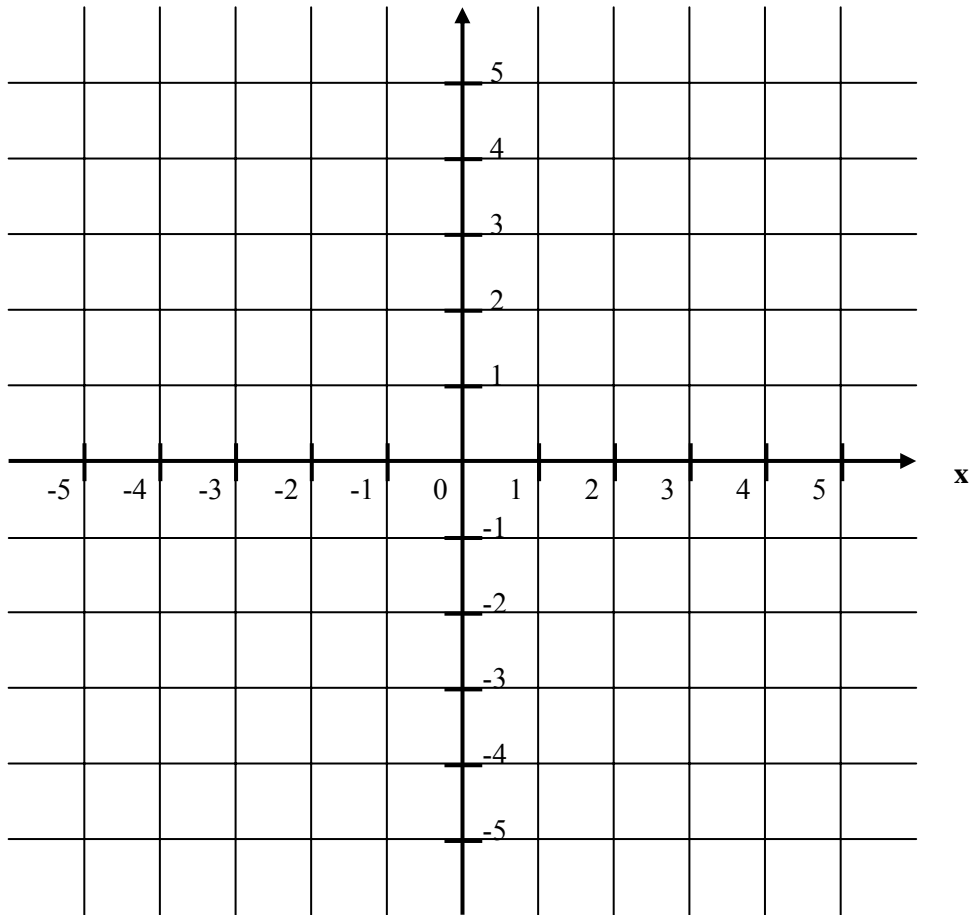


- Bestimme, welches Dreieck rechtwinklig und gleichschenkelig ist.
- Gib drei stumpfwinklige Dreiecke an.
- Bestimme zum Dreieck  $BCE$  ein anderes Dreieck mit gleich großem Flächeninhalt. Begründe, warum die Flächeninhalte gleich sind.
- Berechne den Flächeninhalt des Vierecks  $ACEF$ .

## Idee Raum und Form

### 25. Ebene Figuren: Dreieck-Parallelogramm

a) Zeichne das Dreieck ABC mit  $A(4; 3)$ ,  $B(-2; 3)$  und  $C(1; -1)$  in das Koordinatensystem.



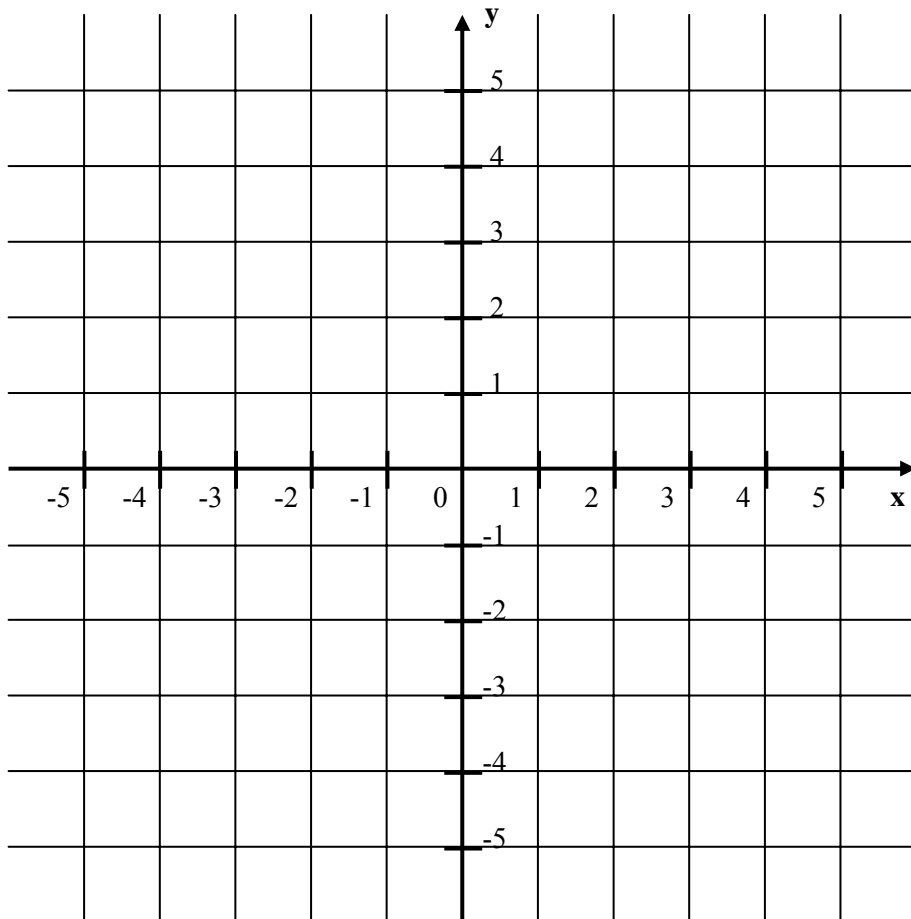
b) Beschreibe das Dreieck nach Seiten und Winkeln.

c) Zeichne einen Punkt D so ein, dass ein Parallelogramm entsteht. Gib die Koordinaten von D an.

## Idee Raum und Form, Idee des Messens

### 26. Ebene Figuren: Vierecke - Flächeninhalt

- a) Zeichne das Viereck  $ABCD$  mit  $A(4; 0)$ ,  $B(0; 3)$ ,  $C(-4; 0)$  und  $D(0; -3)$  in das Koordinatensystem.

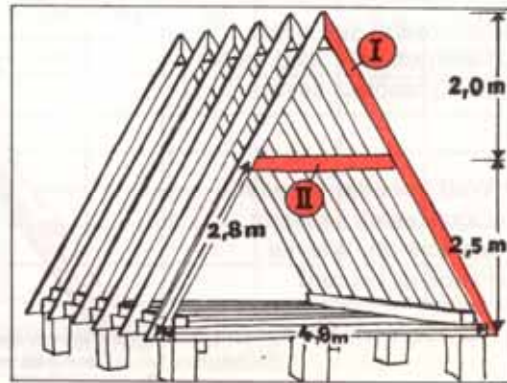


- b) Nenne zwei Eigenschaften des Vierecks.
- c) Entscheide und kreuze an, welche der folgenden Aussagen wahr sind:
- (1) Das Viereck  $ABCD$  ist ein Parallelogramm.
  - (2) Das Viereck  $ABCD$  ist ein Rechteck.
  - (3) Das Viereck  $ABCD$  ist eine Raute.
  - (4) Das Viereck  $ABCD$  ist ein Trapez.
- d) Berechne den Flächeninhalt des Vierecks  $ABCD$ .

## Idee Raum und Form

### 27. Ferienhaus

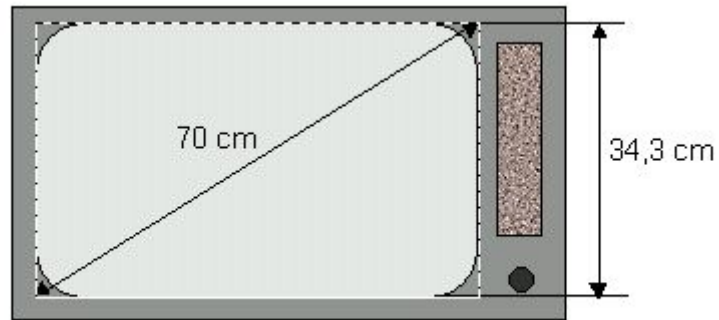
Frau Richter baut sich ein Ferienhaus. Sie muss Holzbalken bestellen, weil bald die Zimmerleute kommen, um das Dach zu bauen. Frau Richter berechnet nach ihrer Skizze die Länge des Holzbalkens I und die Länge des Balkens II. Berechne ebenfalls. Runde auf 2 Stellen nach dem Komma.



## Idee Raum und Form

### 28. Fernseher

Familie Friedrich möchte sich einen neuen Fernseher mit einer 70-er Bildröhre kaufen und überlegt, ob ein solches Gerät in ein 63 cm breites Fernsehfach ihrer Schrankwand gestellt werden kann.



Skizze (nicht maßstäblich)

Wie wird sich Familie Friedrich entscheiden?

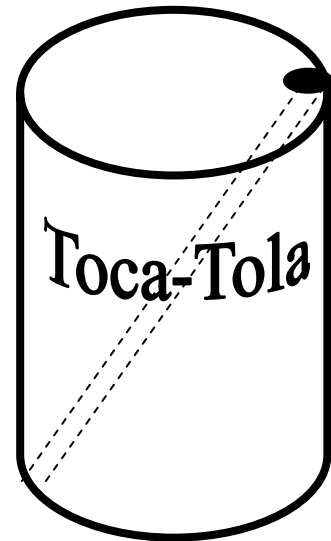
Begründe durch Rechnung!

## Idee Raum und Form

### 29. Getränkedose - Strohhalm

Eine Getränkedose hat einen Durchmesser von 6 Zentimetern und eine Höhe von 12 Zentimetern.

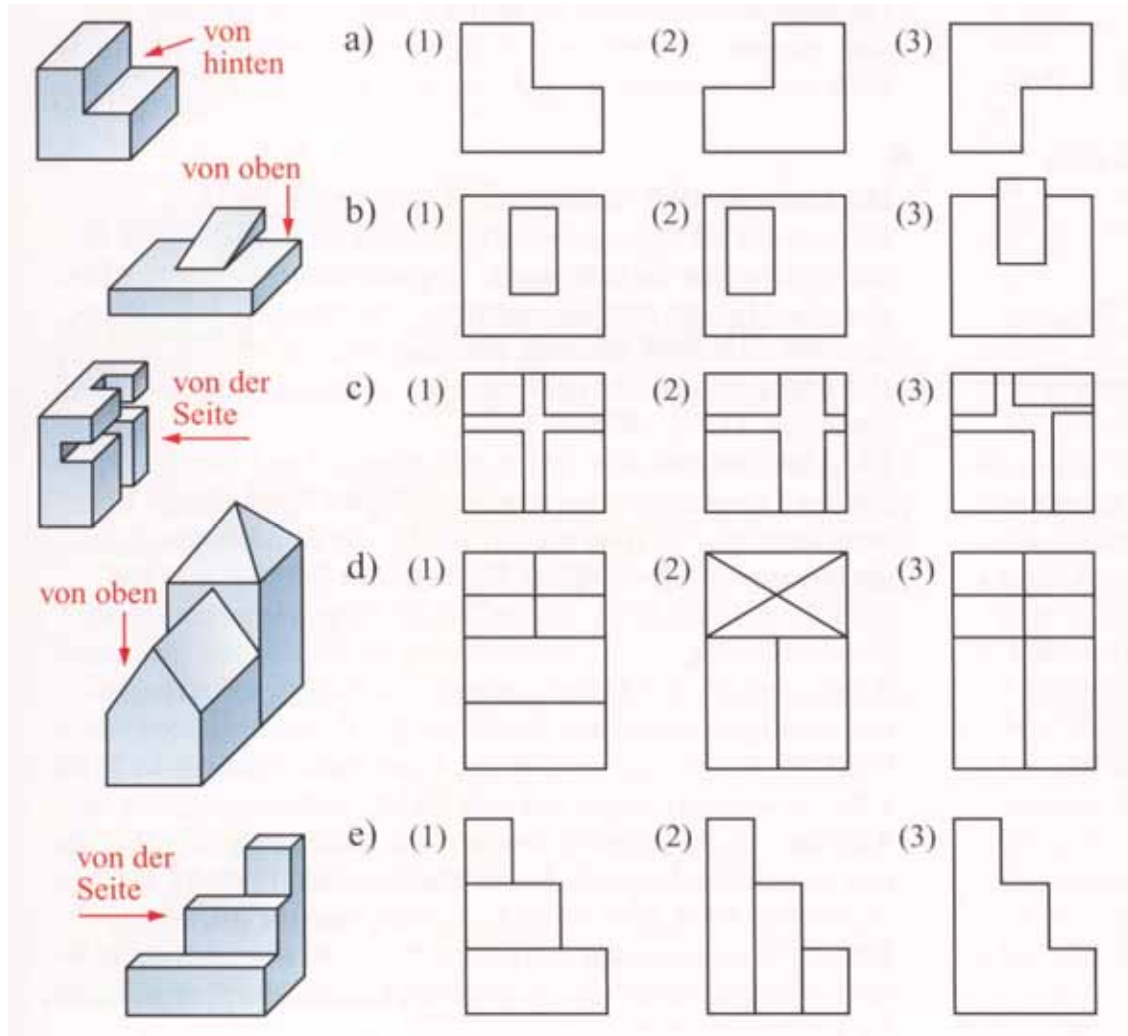
- Wie viel Liter der „Toca-Tola“ beabsichtigt wohl die Getränkefirma in diese Dose zu füllen? Berechne.
- Ärgerlich ist es, wenn ein Strohhalm wegen zu geringer Länge in die Dose rutschen kann (siehe Abbildung). Berechne wie lang der Strohhalm mindestens sein müsste, damit er nicht in die Dose rutschen kann. Begründe deine Antwort.
- In welcher Länge würdest du Strohhalme für diese Dosengröße herstellen, damit man das Getränk „bequem“ aus der Dose trinken kann? Begründe deine Antwort.



## Idee Raum und Form

### 30. Körper: Ansichten

Wie sehen die Körper von oben, hinten oder von der Seite aus?

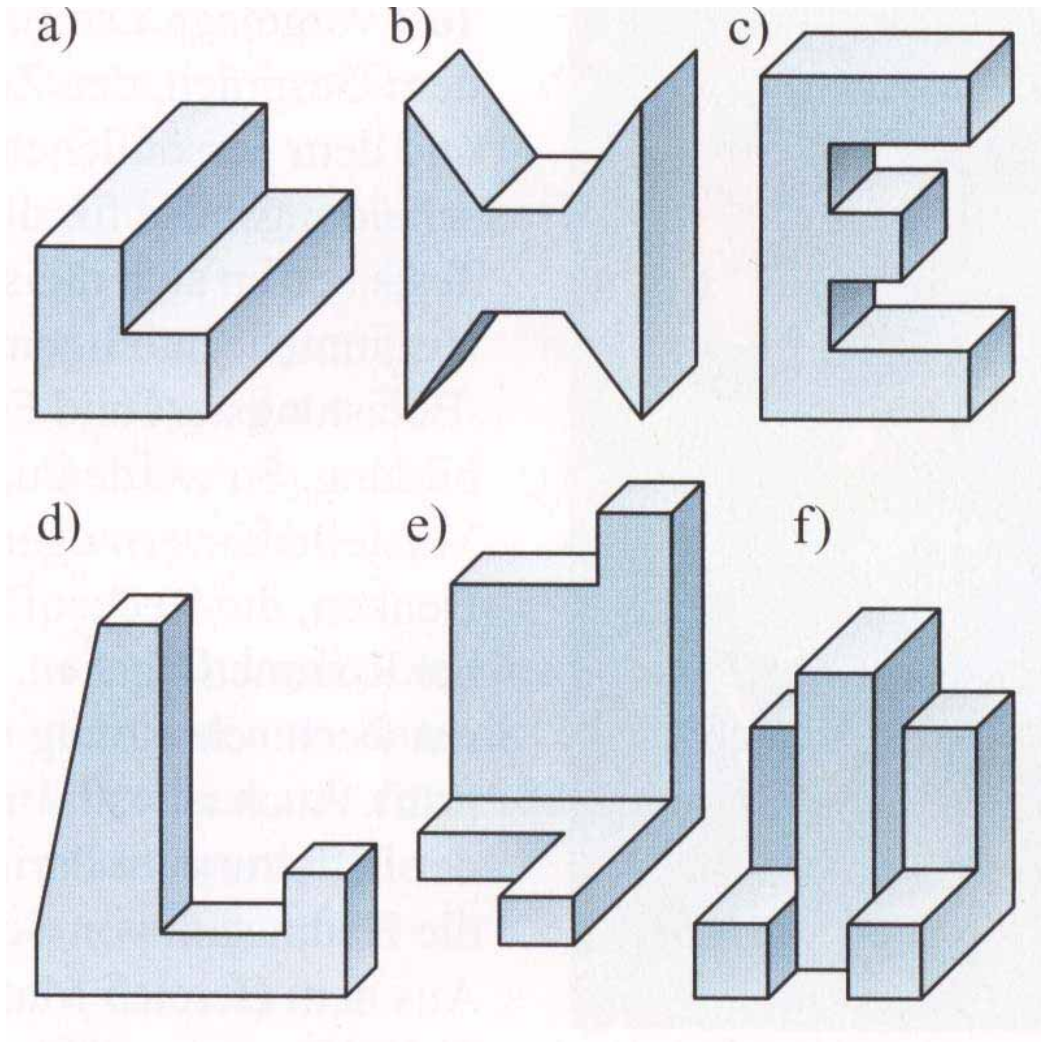




## Idee Raum und Form

### 31. Körper: Ansichten – Flächen zählen

Wie viele Flächen besitzt jeder der Körper?



## **Idee Raum und Form, Idee des Messens**

### **32. Körper: Quader - Schrägbild**

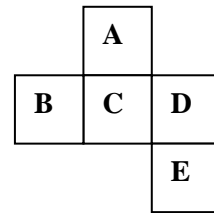
Eine quaderförmige Schachtel hat folgende Maße:  $a = 4,5$  cm,  $b = 4,8$  cm,  $c = 3$  cm.

- a) Zeichne den Quader als Schrägbild mit einem Projektionswinkel von  $45^\circ$  und einem Verkürzungsfaktor  $q = \frac{1}{2}$ .
- b) Berechne den Rauminhalt (das Volumen) der Schachtel!
- c) Die Oberfläche der Schachtel soll außen mit einer Folie beklebt werden.  
Wie viel  $\text{cm}^2$  benötigt man?

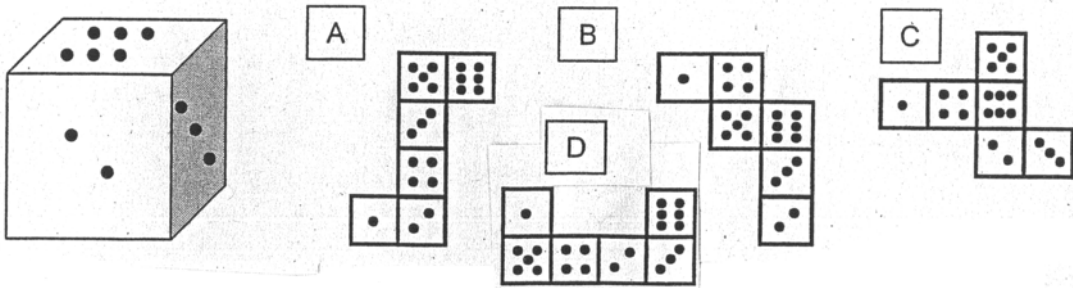
## Idee Raum und Form

### 33. Körper: Würfel

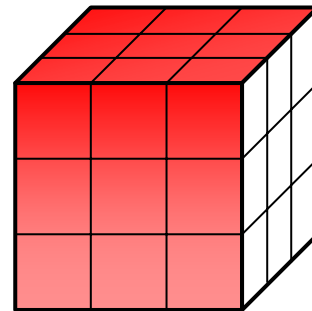
- a) Es wird eine offene Schachtel gefaltet.  
Welche Fläche liegt gegenüber der Öffnung?



- b) Welches ist das richtige Netz des abgebildeten Spielwürfels?



- c) Fünf Seiten eines Würfels von 3 cm Kantenlänge werden rot angestrichen, die sechste Fläche bleibt ohne Anstrich. Danach wird dieser Würfel in genau 27 Teilwürfel von 1 cm Kantenlänge zerlegt. Gib die Anzahl der entstandenen Teilwürfel an, die genau eine, zwei, drei, vier rot angestrichene Fläche(n) hat/haben.



## ***Idee Raum und Form, Idee des Messens***

### **34. Körper – Würfel/Netz**

Ein Würfel hat eine Kantenlänge von 2 cm.

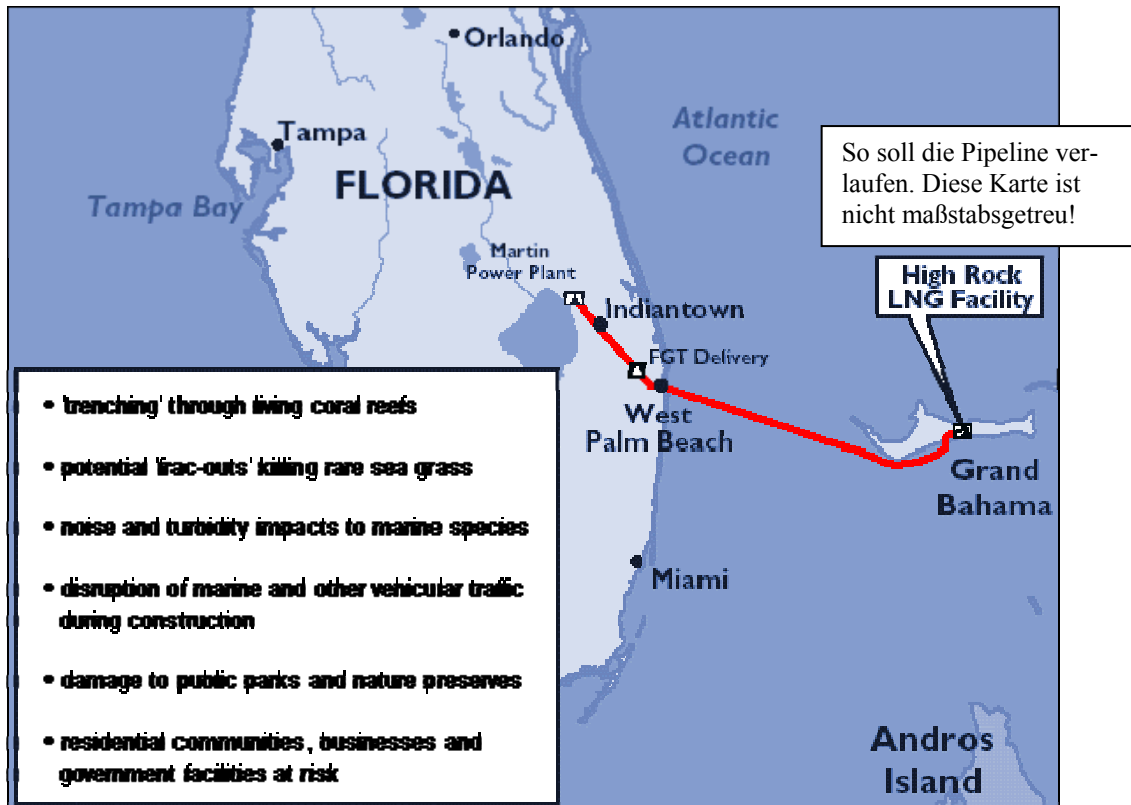
- a) Berechne das Volumen und den Oberflächeninhalt des Würfels.
- b) Zeichne ein Schrägbild und ein mögliches Netz des Würfels im Maßstab 1 : 1.

## Idee Raum und Form, Idee des Messens

### 35. Pipeline

Meldung aus dem Internet:

Die US-Energiefirma „El Paso“ plant, eine Gas-Pipeline von den Bahamas nach Florida zu bauen. Die Pipeline soll 162 Meilen lang werden. Die Stahlrohre haben einen Innendurchmesser von 26 Zoll. Jedes Rohr ist 33 Fuß lang, die Stahlwände sind 1 Zoll dick.



a) Gib in Metern an (1 Zoll  $\approx$  0,025 m; 1 Fuß  $\approx$  0,304 m; 1 Meile  $\approx$  1609 m):

**Länge eines Rohres und die Länge der Pipeline**

b) Berechne die Anzahl der Rohre, die für diese Pipeline verbaut werden.

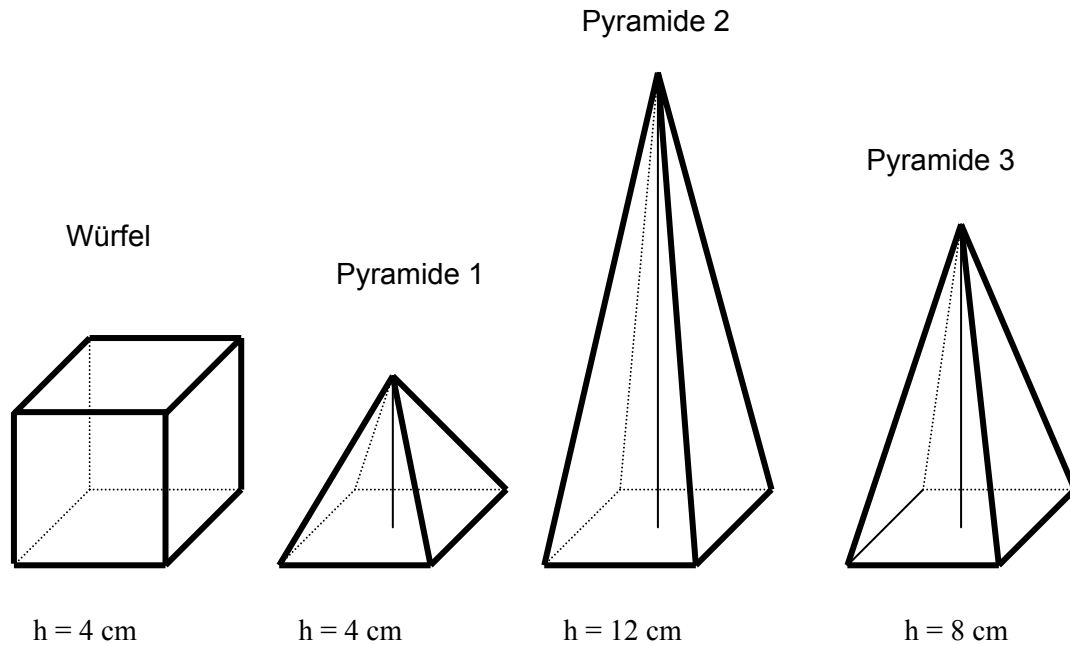
c) Die Rohre werden mit Schweißnähten zusammengefügt. Berechne die Länge einer Schweißnaht.

d) Um eine Schweißnaht herzustellen, benötigt ein Arbeiter ca. 80 Minuten. Er arbeitet 8 Stunden am Tag. Überprüfe, ob 12 Arbeiter in einem Jahr alle Schweißnähte herstellen können.

## Idee Raum und Form, Idee des Messens

### 36. Würfel und Pyramide: Volumenvergleich

Die abgebildeten Körper haben alle deckungsgleiche Grundflächen.



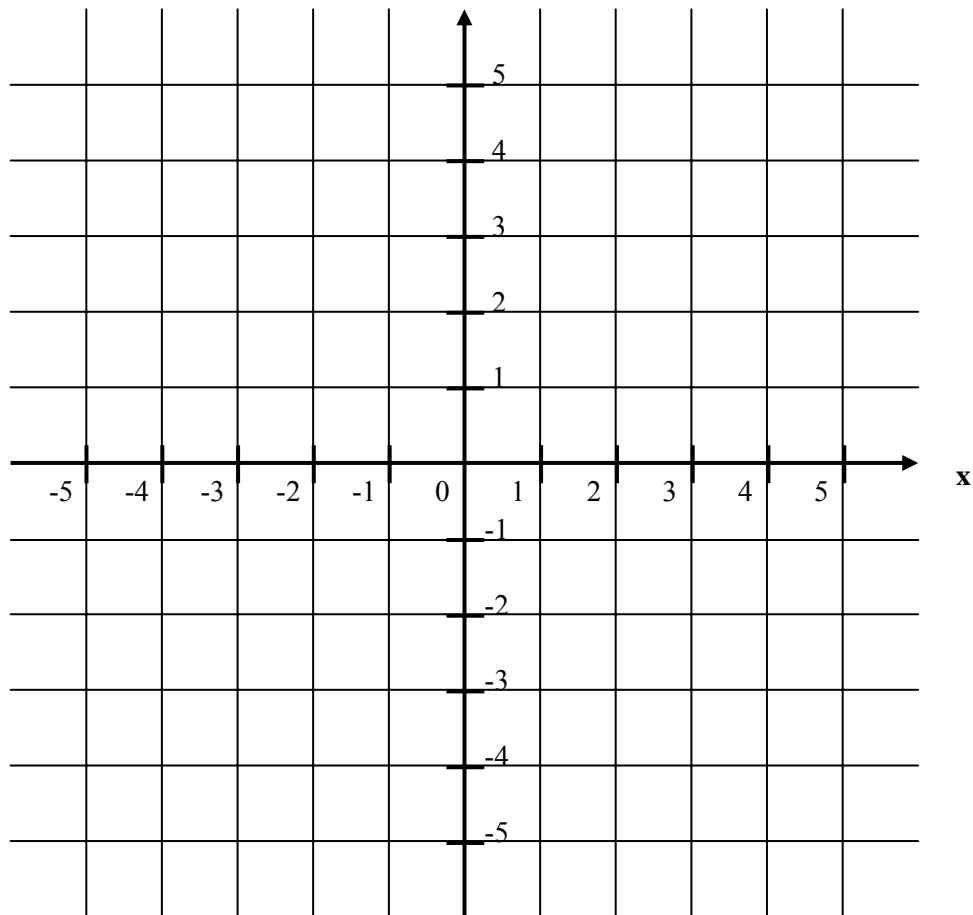
- Vergleiche und ordne die Körper nach der Größe ihres Volumens. Beginne mit dem kleinsten Volumen.
- Begründe, warum die Pyramide 2 das gleiche Volumen hat wie der Würfel.



## Idee Raum und Form

### 25. Ebene Figuren: Dreieck-Parallelogramm

a) Zeichne das Dreieck ABC mit  $A(4; 3)$ ,  $B(-2; 3)$  und  $C(1; -1)$  in das Koordinatensystem.



b) Beschreibe das Dreieck nach Seiten und Winkeln.

c) Zeichne einen Punkt D so ein, dass ein Parallelogramm entsteht. Gib die Koordinaten von D an.

### Erwartungshorizont

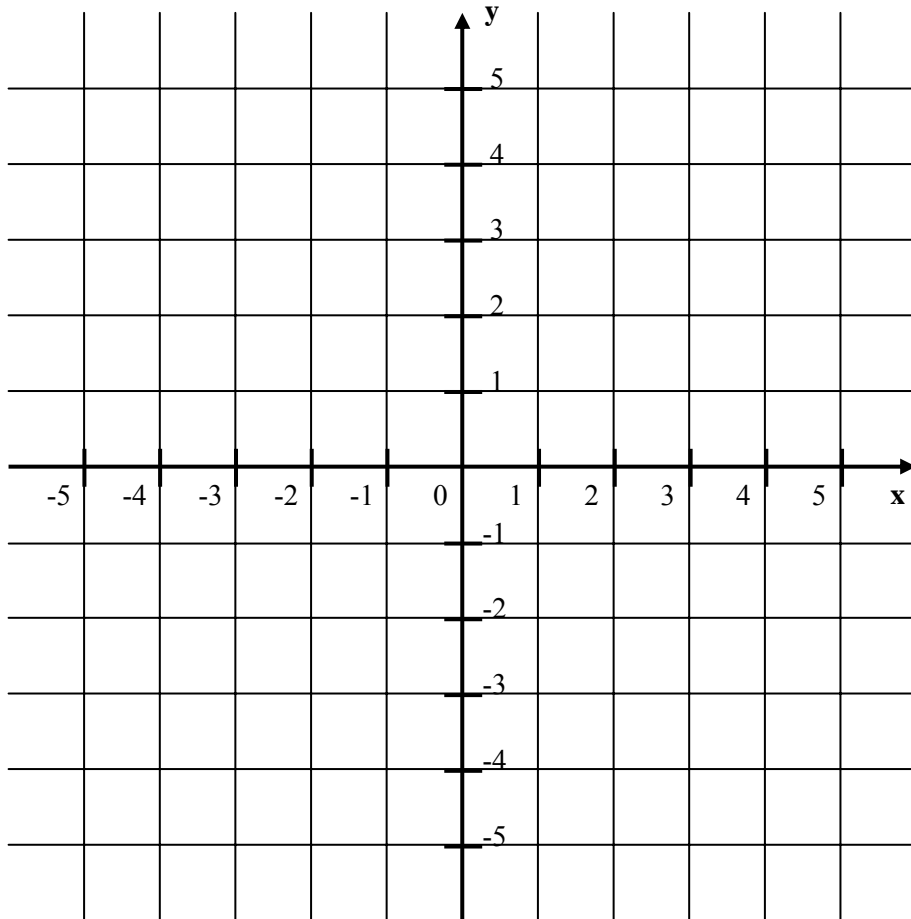
	Lösungsskizze	Zuordnung, Bewertung		
		I	II	III
a)	Koordinatensystem ist vorgegeben; Punkte einzeichnen und verbinden	2		
b)	Das Dreieck ist gleichschenkelig und spitzwinklig.	2		
b)	z.B. $D(7; -1)$ Es sind noch zwei weitere Lösungen möglich.		3	
	Insgesamt 7 BWE (Bearbeitungszeit: 9 min)	4	3	



## Idee Raum und Form, Idee des Messens

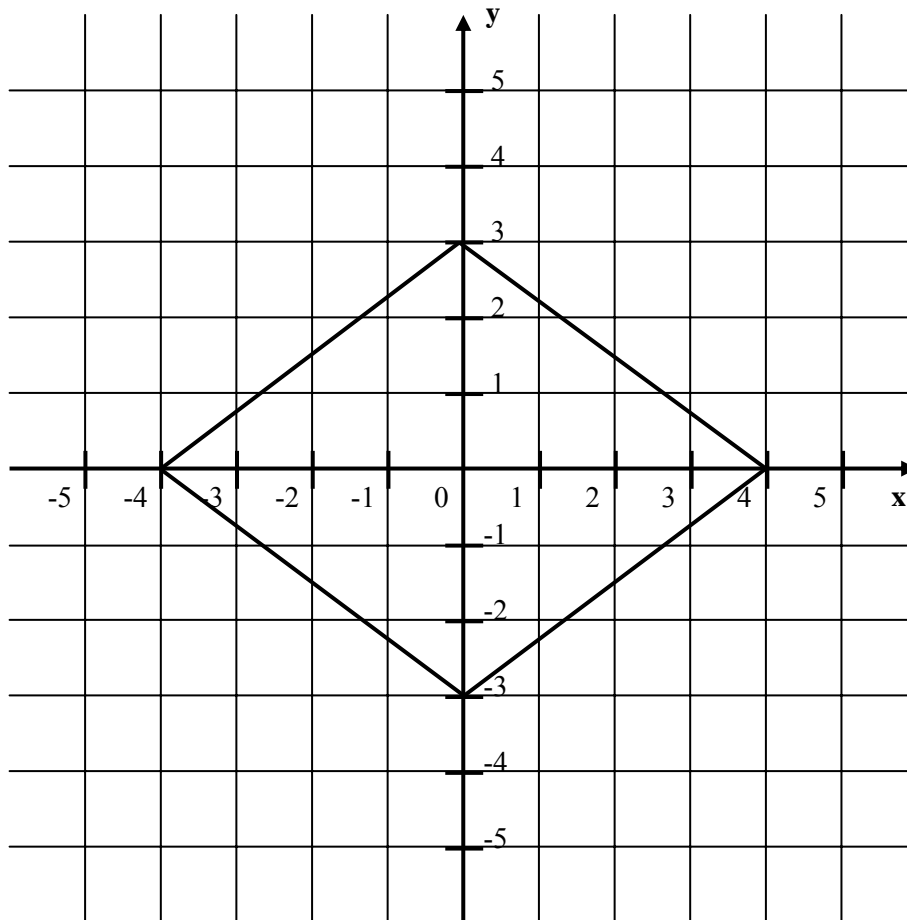
### 26. Ebene Figuren: Vierecke - Flächeninhalt

- a) Zeichne das Viereck  $ABCD$  mit  $A(4; 0)$ ,  $B(0; 3)$ ,  $C(-4; 0)$  und  $D(0; -3)$  in das Koordinatensystem.



- b) Nenne zwei Eigenschaften des Vierecks.
- c) Entscheide und kreuze an, welche der folgenden Aussagen wahr sind:
- (1) Das Viereck  $ABCD$  ist ein Parallelogramm.
  - (2) Das Viereck  $ABCD$  ist ein Rechteck.
  - (3) Das Viereck  $ABCD$  ist eine Raute.
  - (4) Das Viereck  $ABCD$  ist ein Trapez.
- d) Berechne den Flächeninhalt des Vierecks  $ABCD$ .

Erwartungshorizont



	Lösungsskizze	Zuordnung, Bewertung		
		I	II	III
a)	Eintragen der Punkte und Zeichnen der Verbindungsstrecken (s. Skizze)	4		
b)	Seiten sind gleich lang <i>oder</i> Diagonalen stehen senkrecht zueinander <i>oder</i> die gegenüberliegenden Winkel sind gleich groß <i>oder</i> das Viereck hat 2 Symmetrieachsen...		2	
c)	Die Aussagen (1), (3) und (4) sind richtig (Parallelogramm, Raute, Trapez).		3	
d)	Der Flächeninhalt setzt sich zusammen aus 4 rechtwinkligen Dreiecken <i>oder</i> aus 2 kongruenten gleichschenkligen Dreiecken. $A = 2 \cdot \frac{8 \cdot 3}{2} = 24 \text{ (cm}^2\text{)}.$		3	
	Insgesamt 12 BWE (Bearbeitungszeit: 16 min)	4	8	

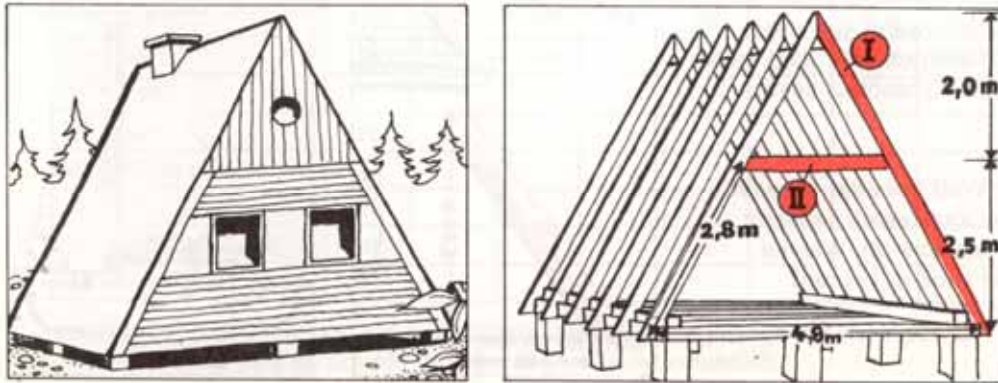
Quellenangabe:

Handreichung „Beispielaufgaben für Vergleichsarbeiten im Fach Mathematik (8)“, bearbeitet

## Idee Raum und Form

### 27. Ferienhaus

Frau Richter baut sich ein Ferienhaus. Sie muss Holzbalken bestellen, weil bald die Zimmerleute kommen, um das Dach zu bauen. Frau Richter berechnet nach ihrer Skizze die Länge des Holzbalkens I und die Länge des Balkens II. Berechne ebenfalls. Runde auf 2 Stellen nach dem Komma.



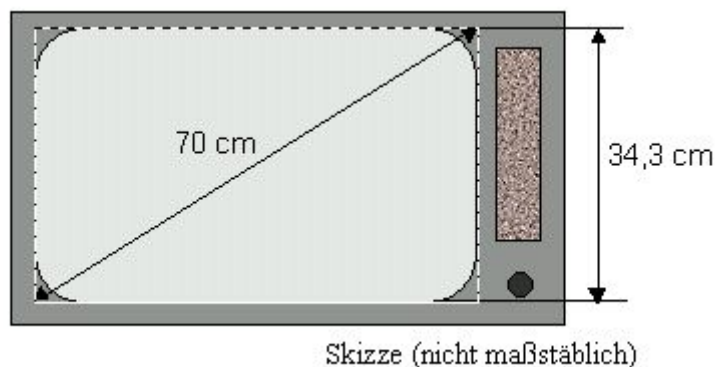
### Erwartungshorizont

	Lösungsskizze	Zuordnung, Bewertung		
		I	II	III
	<p>Länge <math>x</math> der Holzbalken I:</p> $x^2 = 2,4^2 + 4,5^2$ $x = \sqrt{2,4^2 + 4,5^2}$ $x = 5,10$ <p>Die Holzbalken I haben eine Länge von 5,10 m.</p>		3 1	
	<p>Länge der Holzbalken II:</p> <p>Hypotenuse: <math>5,10 \text{ m} - 2,80 \text{ m} = 2,3 \text{ m}</math></p> $2^2 + x^2 = 2,3^2$ $x^2 = 2,3^2 - 2^2$ $x = \sqrt{2,3^2 - 2^2}$ $x \approx 1,13578$ <p>Die Holzbalken II haben eine Länge von <math>2 \cdot 1,14 \text{ m} = 2,28 \text{ m}</math>.</p>		3 2	
	<p>Insgesamt 9 BWE (Bearbeitungszeit: 12 min)</p>		9	

## Idee Raum und Form

### 28. Fernseher

Familie Friedrich möchte sich einen neuen Fernseher mit einer 70-er Bildröhre kaufen und überlegt, ob ein solches Gerät in ein 63 cm breites Fernsehfach ihrer Schrankwand gestellt werden kann.



Wie wird sich Familie Friedrich entscheiden?

Begründe durch Rechnung!

### Erwartungshorizont

	Lösungsskizze	Zuordnung, Bewertung		
		I	II	III
	Breite des Bildschirms: $x^2 = 70^2 - 34,3^2$ $x = \sqrt{70^2 - 34,3^2}$ $x \approx 61,02$ Der Bildschirm hat eine Breite von ca. 61 cm.		2 1	
	Der Fernseher passt nicht in das 63 cm breite Fernsehfach, da der Lautsprecher (rechts vom Bildschirm) sichtlich breiter als 2 cm ist. Familie Friedrich wird einen anderen Fernseher kaufen müssen.			2 1
	Insgesamt 6 BWE (Bearbeitungszeit: 8 min)		3	3

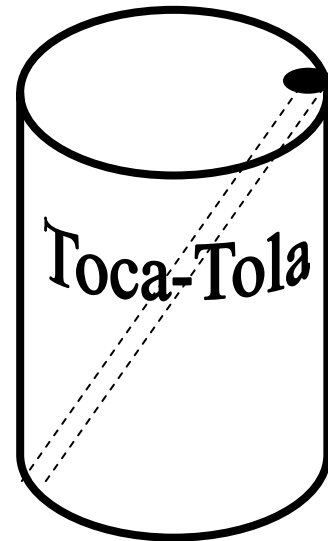
Quelle. Externer Hauptschulabschluss 2002, Thüringen/bearbeitet

## Idee Raum und Form

### 29. Getränkedose - Strohhalm

Eine Getränkedose hat einen Durchmesser von 6 Zentimetern und eine Höhe von 12 Zentimetern.

- Wie viel Liter der „Toca-Tola“ beabsichtigt wohl die Getränkefirma in diese Dose zu füllen? Berechne.
- Ärgerlich ist es, wenn ein Strohhalm wegen zu geringer Länge in die Dose rutschen kann (siehe Abbildung). Berechne wie lang der Strohhalm mindestens sein müsste, damit er nicht in die Dose rutschen kann. Begründe deine Antwort.
- In welcher Länge würdest du Strohhalme für diese Dosengröße herstellen, damit man das Getränk „bequem“ aus der Dose trinken kann? Begründe deine Antwort.



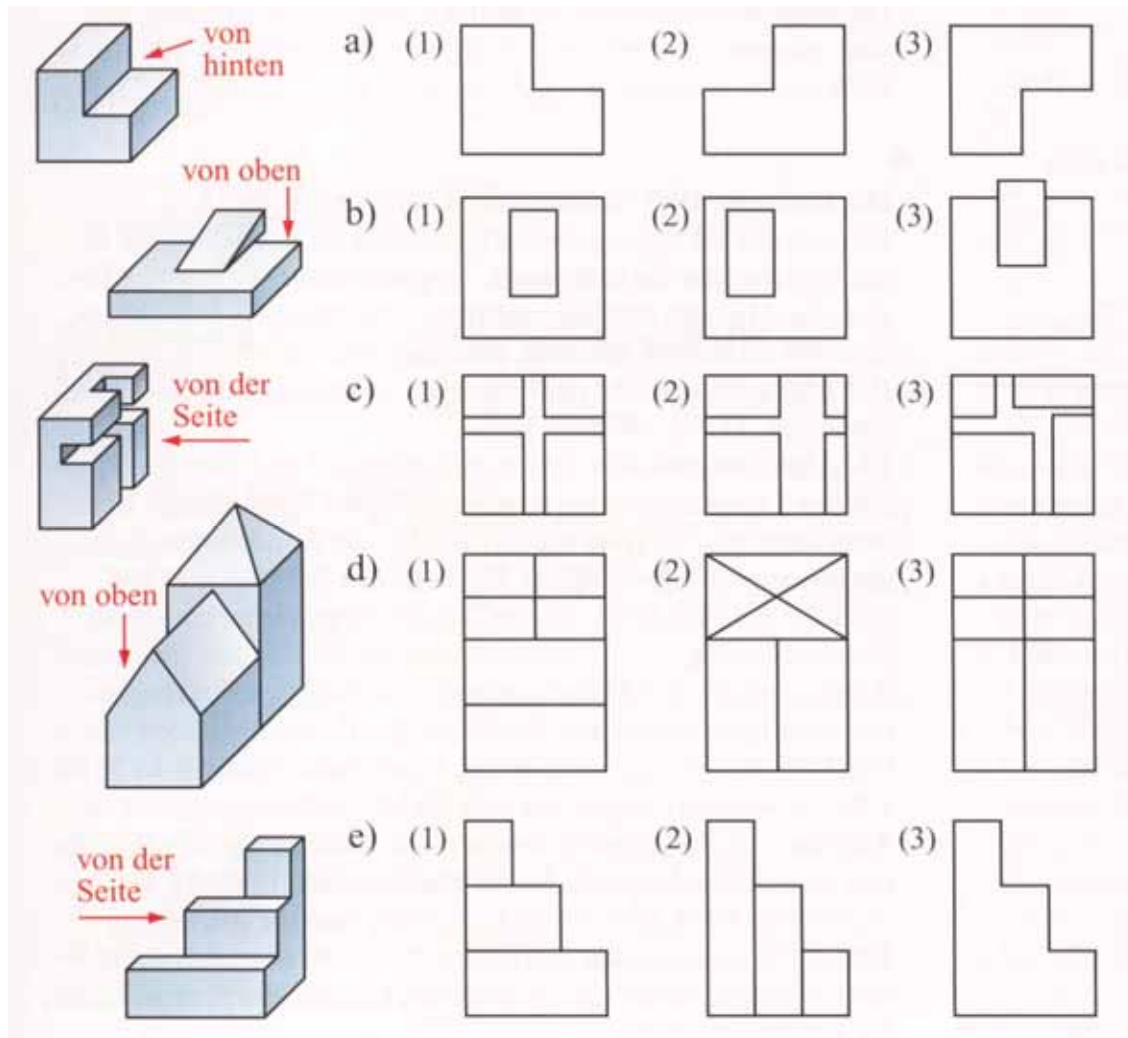
### Erwartungshorizont

	Lösungsskizze	Zuordnung, Bewertung		
		I	II	III
a)	Inhalt einer Dose: $d = 6 \text{ cm}$ ; $h = 12 \text{ cm}$ ; $r = d : 2 = 3 \text{ cm}$ $V = \pi \cdot r^2 \cdot h = \pi \cdot 3^2 \cdot 12 \approx 339,292 \text{ [cm}^3\text{]}$ Die Firma kann höchstens 0,339 l in die Dose füllen.	3 1		
b)	Ansatz: Der Strohhalm muss länger sein als die „Raumdiagonale“ der Dose. Länge der „Raumdiagonale“: $c = \sqrt{6^2 + 12^2} \approx 13,416 \text{ (cm)}$ Der Strohhalm müsste länger als 13,4 cm sein, damit er nicht in die Dose rutschen kann.		2	1
c)	Um bequem aus der Dose trinken zu können, müsste der Strohhalm einige Zentimeter länger als die „Diagonale“ sein. Denkbar wären Strohhalme mit einer Länge zwischen 15 cm und 18 cm.			2
	Insgesamt 9 BWE (Bearbeitungszeit: 12 min)	4	2	3

## Idee Raum und Form

### 30. Körper: Ansichten

Wie sehen die Körper von oben, hinten oder von der Seite aus?



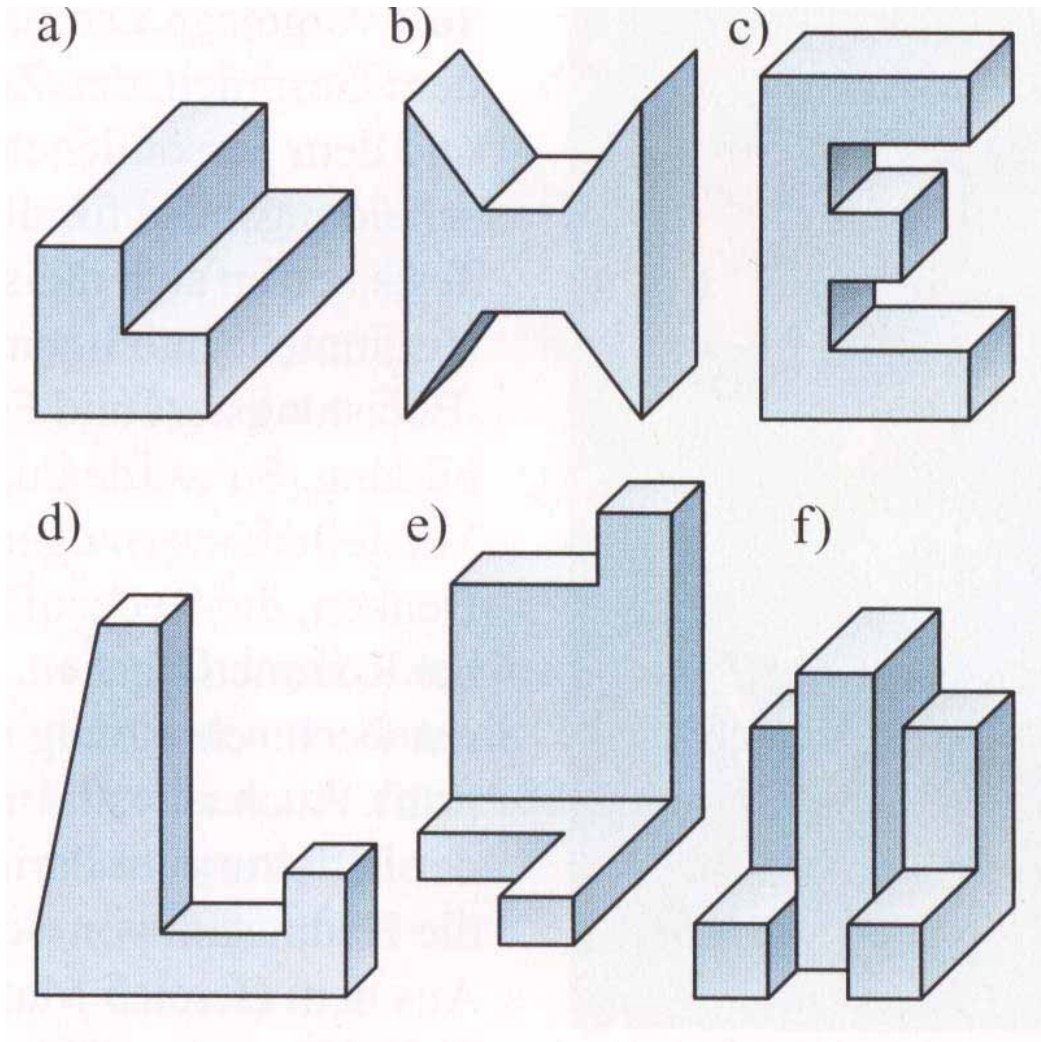
#### Erwartungshorizont

	Lösungsskizze	Zuordnung, Bewertung		
		I	II	III
	a) (2) b) (3) c) (2) d) (2)		4	
	e) 2		2	
	Insgesamt 6 BWE (Bearbeitungszeit: 8 min)		6	

## Idee Raum und Form

### 31. Körper: Ansichten – Flächen zählen

Wie viele Flächen besitzt jeder der Körper?



#### Erwartungshorizont

	Lösungsskizze	Zuordnung, Bewertung		
		I	II	III
	a) 8   b) 10   c) 14   d) 11   e) 12   f) 18		12	
	Insgesamt 12 BWE (Bearbeitungszeit: 16 min)		12	

Quelle: mathelive, Kl. 9E, Klett

## Idee Raum und Form, Idee des Messens

### 32. Körper: Quader - Schrägbild

Eine quaderförmige Schachtel hat folgende Maße:  $a = 4,5$  cm,  $b = 4,8$  cm,  $c = 3$  cm.

- a) Zeichne den Quader als Schrägbild mit einem Projektionswinkel von  $45^\circ$  und einem Verkürzungsfaktor  $q = \frac{1}{2}$ .
- b) Berechne den Rauminhalt (das Volumen) der Schachtel!
- c) Die Oberfläche der Schachtel soll außen mit einer Folie beklebt werden.  
Wie viel  $\text{cm}^2$  benötigt man?

### Erwartungshorizont

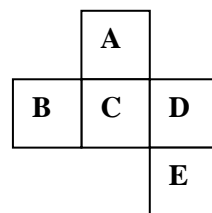
	Lösungsskizze	Zuordnung, Bewertung		
		I	II	III
a)	genaue Zeichnung nach Angaben		3	
b)	$V = a \cdot b \cdot c = 4,5 \cdot 4,8 \cdot 3 = 64,8$ Die Schachtel hat ein Volumen von $64,8 \text{ cm}^3$ .	2		
c)	$O = 2 \cdot (ab + ac + bc)$ $= 2 \cdot (4,5 \cdot 4,8 + 4,5 \cdot 3 + 4,8 \cdot 3)$ $= 99$ Es werden $99 \text{ cm}^2$ Folie benötigt.		4	
	Insgesamt 9 BWE (Bearbeitungszeit: 12 min)	2	7	



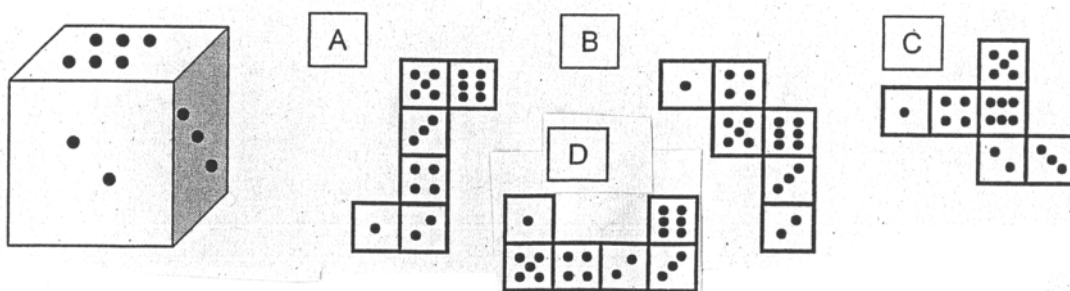
## Idee Raum und Form

### 33. Körper: Würfel

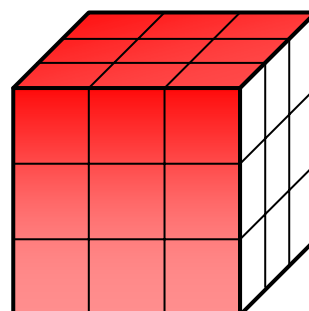
- a) Es wird eine offene Schachtel gefaltet.  
Welche Fläche liegt gegenüber der Öffnung?



- b) Welches ist das richtige Netz des abgebildeten Spielwürfels?



- c) Fünf Seiten eines Würfels von 3 cm Kantenlänge werden rot angestrichen, die sechste Fläche bleibt ohne Anstrich. Danach wird dieser Würfel in genau 27 Teilwürfel von 1 cm Kantenlänge zerlegt. Gib die Anzahl der entstandenen Teilwürfel an, die genau eine, zwei, drei, vier rot angestrichene Fläche(n) hat/haben.



### Erwartungshorizont

	Lösungsskizze	Zuordnung, Bewertung		
		I	II	III
a)	Angeben der Fläche C		1	
b)	Ausschluss aller Nichtwürfelnetze <i>oder</i> gedankliche Zusammenführung der Würfelpunkte 2 / 3 / 6. Richtiges Netz: C		1	
c)	Eigenschaften des Würfels anwenden: eine rote Fläche: 9 Würfel zwei rote Flächen: 12 Würfel, drei rote Flächen: 4 Würfel, vier rote Flächen hat <u>kein</u> Würfel.		8	
	Insgesamt 10 BWE (Bearbeitungszeit: 13 min)		10	

Quelle: Bearbeitete Version der Aufgabe aus den KMK-Bildungsstandards Mathematik Hauptschule, 2004.

## Idee Raum und Form, Idee des Messens

### 34. Körper – Würfel/Netz

Ein Würfel hat eine Kantenlänge von 2 cm.

- Berechne das Volumen und den Oberflächeninhalt des Würfels.
- Zeichne ein Schrägbild und ein mögliches Netz des Würfels im Maßstab 1 : 1.

### Erwartungshorizont

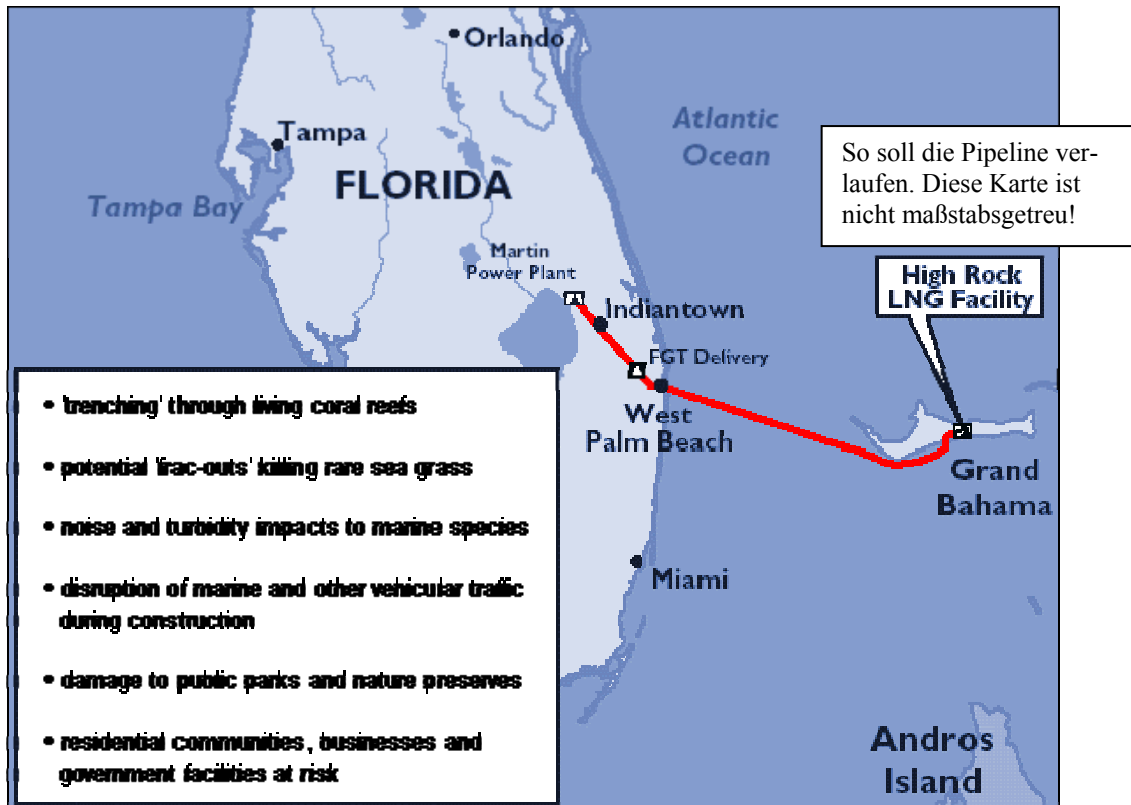
	Lösungsskizze	Zuordnung, Bewertung		
		I	II	III
a)	$V = 8 \text{ cm}^3$ $O = 24 \text{ cm}^2$	6		
b)	Zeichnung eines Schrägbildes. Zeichnung eines Netzes		3 2	
	Insgesamt 11 BWE (Bearbeitungszeit: 14 min)	6	5	

## Idee Raum und Form, Idee des Messens

### 35. Pipeline

Meldung aus dem Internet:

Die US-Energiefirma „El Paso“ plant, eine Gas-Pipeline von den Bahamas nach Florida zu bauen. Die Pipeline soll 162 Meilen lang werden. Die Stahlrohre haben einen Innendurchmesser von 26 Zoll. Jedes Rohr ist 33 Fuß lang, die Stahlwände sind 1 Zoll dick.



- a) Gib in Metern an (1 Zoll  $\approx$  0,025 m; 1 Fuß  $\approx$  0,304 m; 1 Meile  $\approx$  1609 m):

**Länge eines Rohres und die Länge der Pipeline**

- b) Berechne die Anzahl der Rohre, die für diese Pipeline verbaut werden.
- c) Die Rohre werden mit Schweißnähten zusammengefügt. Berechne die Länge einer Schweißnaht.
- d) Um eine Schweißnaht herzustellen, benötigt ein Arbeiter ca. 80 Minuten. Er arbeitet 8 Stunden am Tag. Überprüfe, ob 12 Arbeiter in einem Jahr alle Schweißnähte herstellen können.

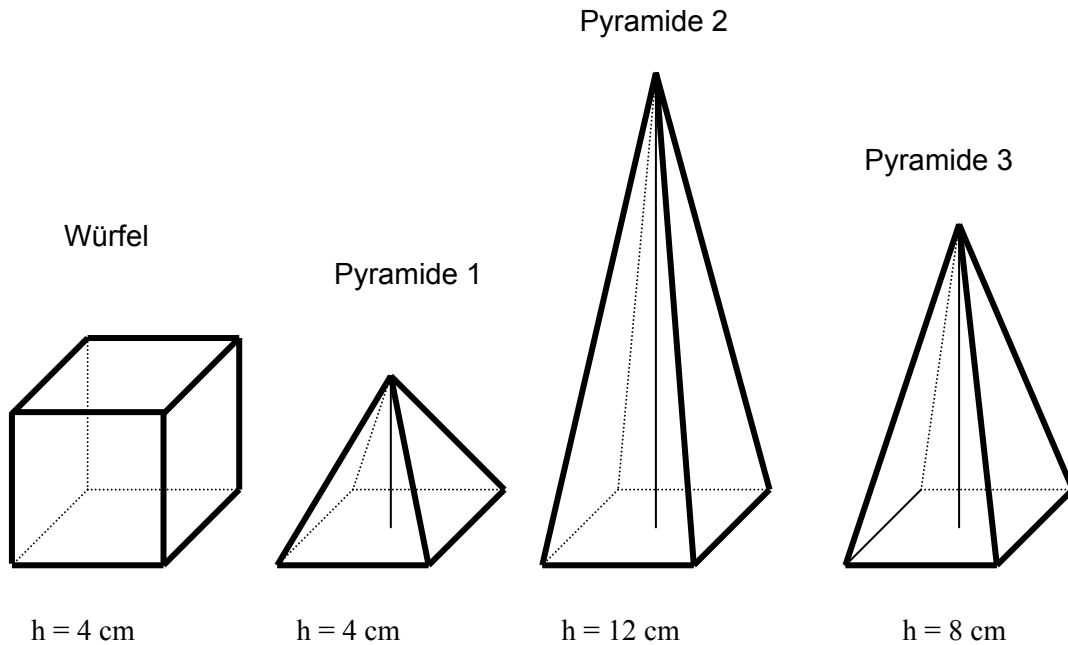
**Erwartungshorizont**

	Lösungsskizze	Zuordnung, Bewertung		
		I	II	III
a)	Länge eines Rohres: $33 \cdot 0,304 \text{ m} = 10,032 \text{ m}$ Länge der Pipeline: $162 \cdot 1\,609 \text{ m} = 260\,658 \text{ m} = 260,658 \text{ km}$	4		
b)	Anzahl der Rohre: $260\,658 : 10,032 = 25\,982,66 \approx 25\,982$ . Es werden etwa 25 982 Rohre verbaut.		2	
c)	Der Innendurchmesser eines Stahlrohres beträgt $26 \cdot 2,5 \text{ cm} = 65 \text{ cm}$ , die Stahlwand eines Rohres hat eine Stärke von $1 \cdot 2,5 \text{ cm}$ . Also beträgt der Außendurchmesser $65 \text{ cm} + 2,5 \text{ cm} + 2,5 \text{ cm} = 70 \text{ cm}$ . Umfang der Rohre: $U = 2 \cdot \pi \cdot 0,35 = 2,202144$ . Die Länge der Schweißnaht entspricht dem Umfang eines Rohres, also 2,20 m.		3	
d)	Ein Arbeiter schafft $480 : 80 = 6$ Schweißnähte pro Tag. 12 Arbeiter schaffen $6 \cdot 12 = 72$ Schweißnähte pro Tag Insgesamt sind es $25\,982 - 1 = 25\,981$ Schweißnähte. Zahl der Arbeitstage: $25\,981 : 72 \approx 360,85$ Die Arbeit kann nicht in einem Jahr erledigt werden, da die Arbeiter dann fast ohne einen Tag Pause und ohne Urlaub durcharbeiten müssten.			4     2
	Insgesamt 15 BWE (Bearbeitungszeit: 20 min)	4	5	6

## Idee Raum und Form, Idee des Messens

### 36. Würfel und Pyramide: Volumenvergleich

Die abgebildeten Körper haben alle deckungsgleiche Grundflächen.



- a) Vergleiche und ordne die Körper nach der Größe ihres Volumens. Beginne mit dem kleinsten Volumen.
- b) Begründe, warum die Pyramide 2 das gleiche Volumen hat wie der Würfel.

#### Erwartungshorizont

	Lösungsskizze	Zuordnung, Bewertung		
		I	II	III
a)	<p>Würfel: <math>V_w = 4^3 = 64 \text{ (cm}^3\text{)}</math>                      Pyramide 1: <math>V_1 = \frac{1}{3} \cdot 4^2 \cdot 4 = 21\frac{1}{3} \text{ (cm}^3\text{)}</math>                      Pyramide 2: <math>V_2 = \frac{1}{3} \cdot 4^2 \cdot 12 = 64 \text{ (cm}^3\text{)}</math>                      Pyramide 3: <math>V_3 = \frac{1}{3} \cdot 4^2 \cdot 8 = 42\frac{2}{3} \text{ (cm}^3\text{)}</math>  <math>V_1 &lt; V_w = V_2 &lt; V_3</math></p>		6	
b)	<p>z. B. Eine Pyramide mit gleicher Grundfläche und Höhe wie ein Würfel hat nur ein Drittel des Würfelvolumens (s. Formel). Vergrößert man nun die Pyramidenhöhe auf das Dreifache, dann haben die Körper gleiches Volumen.</p>			5
	Insgesamt 11 BWE (Bearbeitungszeit: 15 min)		6	5