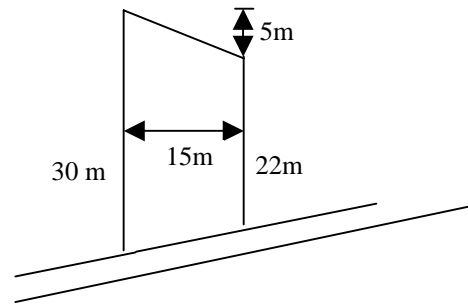


Geometrie

1. Grundstück

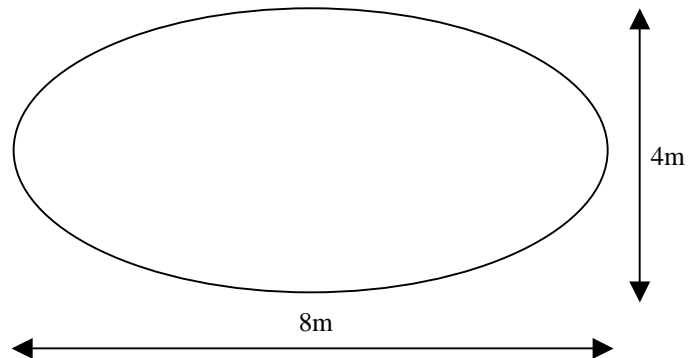
Berechne den Flächeninhalt des Grundstückes!



2. Blumenbeet

Dies ist ein ovales Blumenbeet mit den angegebenen Maßen.

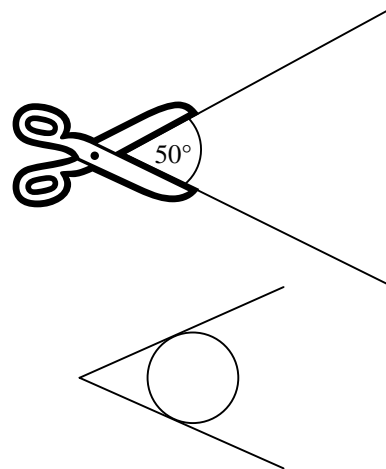
Schätze seine Fläche möglichst genau an und erläutere deine Überlegungen.



3. Die Schere

Eine Schere ist 50° weit geöffnet.
Ein runder Stab mit einem Durchmesser von 12mm wird bis zum Anschlag in die Schere geschoben.

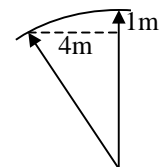
Zeichne in 5facher Vergrößerung ein Bild von den Schneidkanten und dem Stab; die Lage des Stabs soll konstruiert werden, und die Konstruktion ist zu beschreiben und zu begründen.



4. Aktionskünstler

Ein Aktionskünstler plant ein Kunstobjekt mit dem Titel „5 vor 12“. Es soll einen Minutenzeiger darstellen, der von 11.55 Uhr auf 12.00 Uhr weiterwandert.

Er hat sich die Maße überlegt, die in der Zeichnung dargestellt werden:
Seine Spitze soll sich auf dem Weg von 11.55 Uhr nach 12.00 Uhr insgesamt um 4,00m nach rechts und 1,00m nach oben bewegen.



- Ermittle durch eine Konstruktion den Abstand der Spitze vom Drehpunkt des Zeigers.
- Erkläre und begründe deine Konstruktion.
Passen die geplanten Maße genau zum dargestellten Zeitunterschied?

5. Der vergessene Mittelpunkt

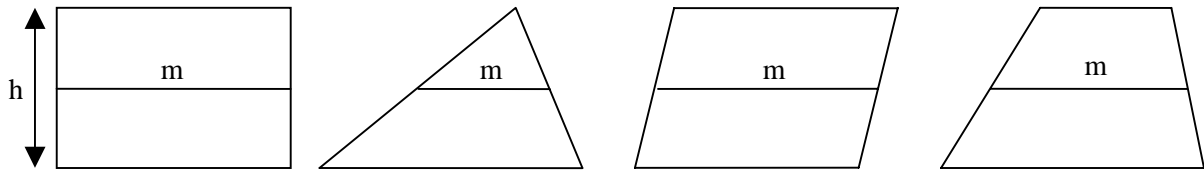
Man hat einen Kreis gezeichnet und findet den Mittelpunkt nicht mehr.

- Wie kann er konstruiert werden?
- Führe die Konstruktion für einen beliebigen Kreis durch und begründe dein Vorgehen.

6. Rechteck

Horst meint: „Für den Flächeninhalt von Rechteck, Dreieck, Parallelogramm und Trapez brauche ich mir nur eine Formel zu merken: $A = m \cdot h$.“

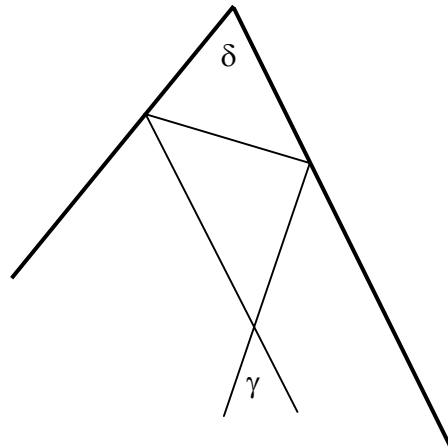
Zeige anhand der Zeichnungen, dass Horst Recht hat.



7. Winkelspiegel

In einem Winkelspiegel (s. Zeichnung) mit dem Öffnungswinkel δ wird ein einfallender Lichtstrahl zweimal reflektiert.

- Berechne die Größe des Ablenkungswinkels γ zwischen dem einfallenden und ausfallenden Strahl.
- Gibt es einen Winkel, für den einfallender und ausfallender Strahl parallel verlaufen?



8. Viereck im Koordinatensystem

Ein Grundstück liegt an einer Straßenecke. Auf diesem Grundstück wird ein viereckiges Haus gebaut. Dessen vier Eckpunkte haben, bezogen auf die Straßenecke, folgende Koordinaten:

A (4 m | 5 m); B (11 m | 7 m); C (11 m | 18 m); D (4 m | 12 m)

Trage die Punkte in ein sinnvoll dimensioniertes Koordinatensystem ein und bestimme die Grundfläche des Hauses!

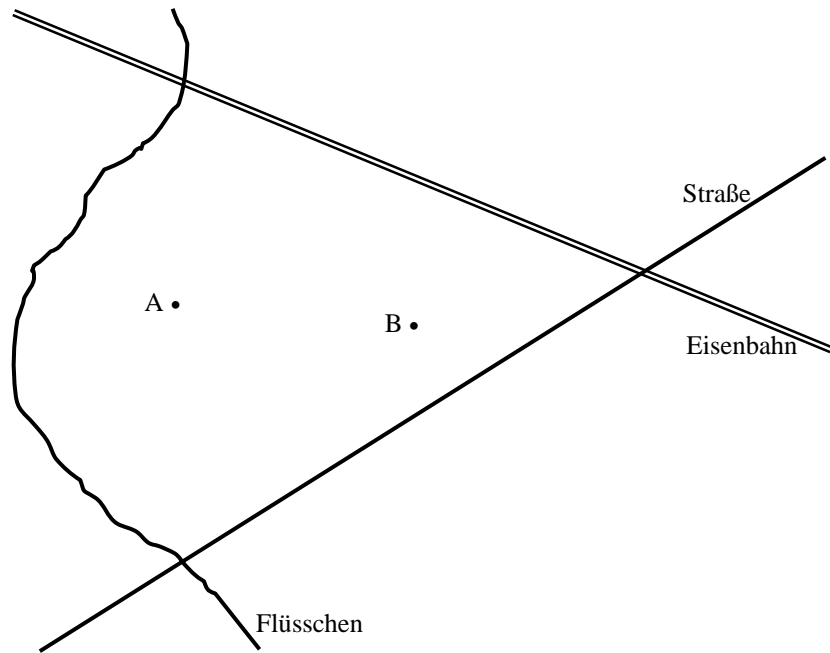
9. Mitten in der Landschaft

Mitten in der Landschaft kreuzen sich eine schnurgerade Straße und eine schnurgerade Eisenbahn. Außerdem gibt es noch ein Flüsschen und zwei Gehöfte A und B (siehe Zeichnung).

- a) Die beiden Gehöfte sollen durch einen Weg mit der Straße verbunden werden. Die Einmündung des Weges in die Straße soll dabei von beiden Gehöften gleich weit entfernt sein. Konstruiere den Ort der Einmündung und beschreibe dein Vorgehen!

- b) Ein Hotel soll am Ufer des Flüsschens gebaut werden.

Aus Lärmschutzgründen soll es von Straße und Eisenbahn gleich weit entfernt sein. Konstruiere den Ort, wo das Hotel gebaut werden soll, und beschreibe dein Vorgehen!



Lösungen

Geometrie

1. Flächeninhalt

Der Flächeninhalt F des Grundstückes lässt sich zum Beispiel aus dem Flächeninhalt eines großen Rechteckes berechnen, von dem die Flächeninhalte zweier Dreiecke abgezogen werden:

$$F = 15 \cdot 30 - 0,5 \cdot 5 \cdot 15 - 0,5 \cdot 3 \cdot 15 = 390 \text{ (m}^2\text{)}$$

2. Blumenbeet

Die Schülerinnen und Schüler haben bei dieser Aufgabe freie Hand, durch welche Formen, deren Flächeninhalt für sie berechenbar ist, sie sich der Ellipsenfläche annähern. Wahrscheinlich werden sie Rechtecke, Dreiecke und Trapeze wählen.

Eine einfache Lösung würde versuchen, die Polygone so einzuzichnen, dass sie, nach Augenmaß beurteilt, ungefähr gleich viel überstehen, wie sie abschneiden.

Eine gehobene Lösung würde Polygone ins Innere legen und Polygone um die Ellipse herum, um ein Intervall anzugeben, in dem das Flächenmaß liegen muss. Je nach Zeichnung könnte die Intervallmitte oder ein von der Mitte abweichender Wert als geeigneter Schätzwert gelten.

Als Richtwert für die Lehrkraft diene der theoretische Wert von $25,1\text{m}^2$.

3. Die Schere

Man zeichne die Schneidkanten, die einen Winkel von 50° bilden. (Der Winkel wird natürlich nicht vergrößert.) Nun ist ein Kreis zu konstruieren, dessen Durchmesser 60mm beträgt, und der die Schneidkanten berührt.

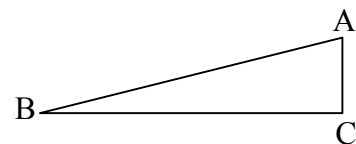
Da der Kreismittelpunkt von beiden Schneidkanten gleich weit entfernt ist, liegt er auf der Winkelhalbierenden des Öffnungswinkels. Da er von beiden Schneidkanten einen Abstand von 6mm, in der Vergrößerung 30mm hat, liegt er auf den Parallelen zu den Schneidkanten, die diesen Abstand von den Schneidkanten haben und im Inneren der Öffnung verlaufen.

Konstruiert werden kann der Kreismittelpunkt als Schnittpunkt der beiden Schneidkanten-Parallelen oder als Schnittpunkt einer Parallelen mit der Winkelhalbierenden.

4. Aktionskünstler

Die Zeigerspitze bewege sich von B nach A. Auf Grund der gegebenen Angaben kann das rechtwinklige Dreieck ABC, im Maßstab 1:100 mit den Katheten 4cm und 1cm unmittelbar gezeichnet werden.

Die Zeigerspitze beschreibt einen Kreis, dessen Mittelpunkt M von A und B den gleichen Abstand hat. Also liegt M auf der Mittelsenkrechten von der Strecke AB. M ist der Schnittpunkt dieser Mittelsenkrechten mit der Gerade AC.



Die Länge der Strecke AM ist der gesuchte Abstand der Zeigerspitze vom Drehpunkt; sie kann aus der Zeichnung ausgemessen und mit dem Maßstabsfaktor multipliziert werden; Ergebnis: 8,50m.

Eine Überprüfung, ob die geplanten Maße genau zum dargestellten Zeitunterschied passen, kann auf verschiedene Weise erfolgen. Eine Möglichkeit wäre Nachmessen des Winkels BMA; dieser beträgt ca. 28° , müsste aber für den Zeitunterschied ein Zwölftel von 360° , also 30° betragen. Eine andere Möglichkeit, den Fehler aufzudecken, wäre eine Zeichnung des vollständigen Kreises, Aufnehmen des Abstands von A und B in den Zirkel und zwölfmaliges Abtragen auf der Kreislinie. Diese Möglichkeit erspart das Rechnen, erfordert aber genaues Zeichnen.

5. Der vergessene Mittelpunkt

Man wähle drei beliebige Punkte A, B und C auf dem Kreis und konstruiere die Mittelsenkrechten zu z.B. \overline{AB} und \overline{BC} . Der Schnittpunkt dieser beiden Mittelsenkrechten ist der Mit-

telpunkt des Kreises.

Begründung:

Der Kreis ist der Umkreis zum Dreieck ABC, und der Mittelpunkt des Umkreises ist der Schnittpunkt der (drei) Mittelsenkrechten der Dreiecksseiten.

6. Rechteck

Rechteck: In $A = a \cdot b$ entspricht die Länge a der Mittelparallelen m in der Zeichnung und die Breite b der Höhe h des Rechtecks. Also ist $A = m \cdot h$.

Dreieck: Da m die Mittelparallele ist, gilt nach dem 2. Strahlensatz: $\frac{m}{g} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow m = \frac{1}{2} g$.

Also ist $A = \frac{1}{2} g \cdot h = \frac{1}{2} m \cdot h$.

Parallelogramm und Trapez: Ist die Formel $A = a \cdot h$ für das Parallelogramm bekannt, folgt mit $a = m$ sofort $A = m \cdot h$.

Andernfalls zerlegt man die Figur diagonal in zwei Teildreiecke und addiert deren Flächenmaßzahlen A_1 und A_2 :

$A = A_1 + A_2 = \frac{1}{2} a \cdot h + \frac{1}{2} c \cdot h$, wobei a und c Grund- und Decklinie sind.

$A = \frac{1}{2} (a + c) \cdot h = m \cdot h$.

7. Winkelspiegel

- a) Bezeichnet man den Winkel zwischen einfallendem Strahl und dem Einfallslot (physikal.) mit α und den Winkel zwischen dem dann reflektierten Strahl und dem neuen Einfallslot mit β , ergibt sich:

$$\gamma = 180^\circ - 2(\alpha + \beta) \text{ und } \delta = 180^\circ - (90^\circ - \alpha) - (90^\circ - \beta) = (\alpha + \beta).$$

Damit ist :

$$\gamma = 180^\circ - 2\delta. \text{ Es muss gelten } \delta \leq 90^\circ.$$

- b) Für $\delta = 90^\circ$ verlaufen der einfallende und der ausfallende Strahl parallel zueinander, da in diesem Fall $\gamma = 0^\circ$.

8. Viereck im Koordinatensystem

Bei dem Viereck handelt es sich um ein Trapez, dessen beide parallelen Seiten zur y -Achse parallel sind. Die Parallelen haben Längen von 7 bzw. 11 m, die Höhe des Trapezes (seine Erstreckung in x -Richtung) beträgt 7 m.

Es ergibt sich eine Fläche von 63 m^2 .

9. Mitten in der Landschaft

- a) Den Ort der Einmündung findet man als Schnittpunkt der Mittelsenkrechten von A und B mit der Straße.
- b) Den Bauplatz für das Hotel findet man als Schnittpunkt der Winkelhalbierenden des Winkels zwischen Bahn und Straße und dem Verlauf des Flüsschens.