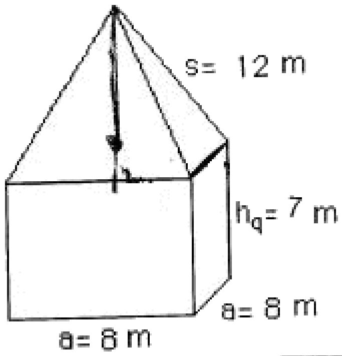
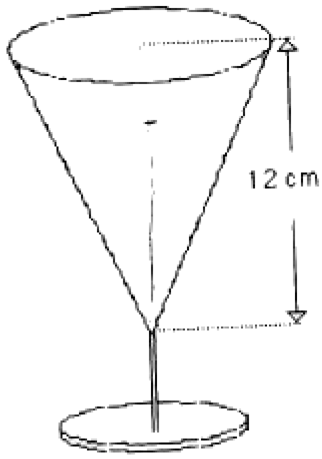
| Name: | Mathematik | Achtet bitte auf eine ordentliche Darstellung. Rand einhalten!! |
|---|---|---|
| Klasse 10a | Klassenarbeit Nr.4 B | |

| | |
|---|---|
| **Aufgabe 1** | Eine astronomische Beobachtungsstation besteht aus einem zylinderförmigen Turm vom Grundradius r = 1,50m und der Höhe h = 9m sowie einer aufgesetzten halbkugelförmigen Kuppel. Berechne das innere Volumen der Beobachtungsstation. Die Maße sind Innenmaße. |
| **Aufgabe 2** | Ein Körper besteht aus einem Holzquader mit einer aufgesetzten Eisenpyramide. a) Bestimme die Höhe $h_p$ der Pyramide. b) Berechne den Rauminhalt und den Inhalt der Oberfläche des Körpers. c) Welche Masse hat der Körper? ($\rho_{Holz} = 0{,}5\ g/cm^3$ $\rho_{Eisen} = 7{,}6\ g/cm^3$)   |
| **Aufgabe 3** | Von einem regelmäßigen sechsseitigen Prisma mit der Grundkante a = 4cm kennt man das Volumen V = 648 $cm^3$. a) Bestimme die Länge der Höhe h und den Inhalt der Mantelfläche des Prismas. b) Welche Kantenlänge hat ein Würfel mit gleichem Volumen? |
| **Aufgabe 4** | Ein Meßbecher hat die Form eines Keges (siehe Abbildung rechts) a) Wie groß muß der Radius an der Oberkante des Bechers sein, damit genau 0,5 $dm^3$ hineinpassen? b) Es soll eine Markierung für 200 $cm^3$ angebracht werden. Wie weit liegt diese Markierung unterhalb der Oberkante. (auf der „Seitenkante")?   |

Lösungsvorschlag zur Klassenarbeit Nr. 4:

## Körperberechnungen

### Aufgabe 1:

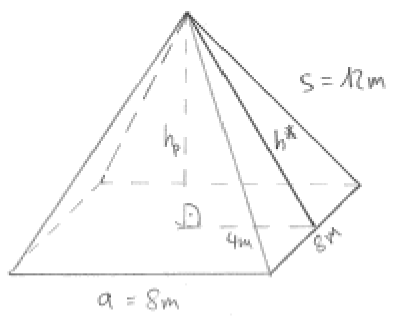
$V_{Zylinder} = \pi \cdot r^2 \cdot h = \pi \cdot (1{,}5m)^2 \cdot 9m \approx 63{,}62\,m^3$

$V_{Halbkugel} = \frac{2}{3} \cdot \pi \cdot r^3 = \frac{2}{3} \cdot \pi \cdot (1{,}5m)^3 \approx 7{,}07\,m^3$

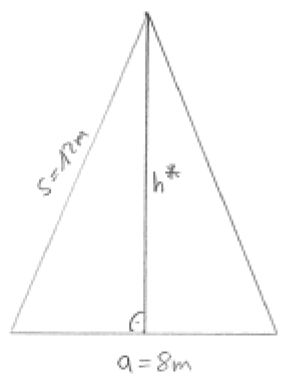
$V_{Gesamt} \approx 70{,}7\,m^3$

### Aufgabe 2:

Skizze zur Pyramide:




Ansicht einer Seitenfläche der Pyramide:




a) Zuerst $h^*$ berechnen: (Satz des Pythagoras)

$h^* = \sqrt{(12m)^2 - (4m)^2} = \sqrt{128\,m^2} \approx 11{,}31m$

dann $h_p$ berechnen:

$h_p = \sqrt{(h^*)^2 - (4m)^2} = \sqrt{112\,m^2} \approx 10{,}6\,m$

b) $V_{Pyramide} = \frac{1}{3} \cdot G \cdot h = \frac{1}{3} \cdot 64m^2 \cdot \sqrt{112m^2} \approx 226\,m^3$

$V_{Quader} = 64m^2 \cdot 7m = 448m^3$

$V_{Gesamt} \approx 674\,m^3$

Oberfläche:

4· die Seitenflächen der Pyramide + 5· die Seitenfläche des Quaders

$$A_{\text{Seitenfläche - Pyramide}} = \frac{1}{2} \cdot h^* \cdot a = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{128m^2} \cdot 8m \approx 45{,}3\,m^{\cancel{3}2}$$

$$A_{\text{Seitenfläche - Quader}} = 7m \cdot 8m = 56m^2$$

$$O = 4 \cdot \frac{1}{2} \cdot \sqrt{128m^2} \cdot 8m + 4 \cdot 56m^2 + 64m^2 \approx 470m^2$$

c) $m =$ Dichte · Volumen

für $\rho_{Holz} = 0{,}5\ g/cm^3$ = 500 kg/m³

$m =$ 500 kg/m³ * 448 m³ = 224 000 kg

für $\rho_{Eisen} = 7{,}6\ g/cm^3$ = 7 600 kg/m³

$m =$ 7600 kg/m³ * 226m³ = 1 717 600 kg | Gesamtmasse = 224 000 kg + 1 717 600 kg = 1 941 600 kg

Aufgabe 3:

a) $V_{Prisma} = G \cdot h$ ; $a = 4cm$; $V_{Prisma} = 648cm^3$

$$G = \frac{3}{2} \cdot (4cm)^2 \cdot \sqrt{3}$$

$$h = \frac{V_{Prisma}}{G} = \frac{648cm^3 \cdot 2}{3 \cdot 16cm^2 \cdot \sqrt{3}} \approx 15{,}6cm$$

$$M = 6 \cdot a \cdot h \approx 6 \cdot 4cm \cdot 15{,}6cm \approx 374{,}4cm^2$$

b) $\sqrt[3]{648cm^3} \approx 8{,}65cm \approx$ Kantenlänge des Würfels

Aufgabe 4:

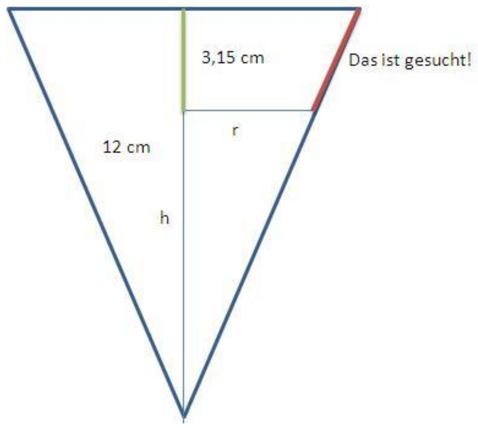
a) $V_{Kegel} = \frac{\pi}{3} \cdot r^2 \cdot h$

$$500cm^3 = \frac{\pi}{3} \cdot r^2 \cdot 12cm$$

$$r = \sqrt{\frac{500cm^3 \cdot 3}{\pi \cdot 12cm}} \approx \cancel{40}cm\ 6{,}31cm$$

**4 b)**

Zunächst muss der halbe Öffnungswinkel des Kegels berechnet werden.




$$\tan(\frac{\alpha}{2}) = \frac{r}{h}$$

$$\tan(\frac{\alpha}{2}) = \frac{6{,}307cm}{12cm}$$

$$\frac{\alpha}{2} = 27{,}728°$$

nun muss der Radius in der Volumenformel substituiert werden.

$$r = \tan(27{,}728°) * h$$

nun in die Formel einsetzen

$$V = \frac{1}{3}\pi * r^2 * h$$

$$200cm^3 = \frac{1}{3}\pi(\tan(27{,}728°) * h)^2 * h$$

$$h = \sqrt[3]{\frac{3 * 200cm^3}{\pi * (\tan(27{,}728))^2}}$$

$$h = 8{,}841cm$$

Mit Hilfe beider Höhen der Kegel können nun die zugehörigen Seitenhöhen berechnet werden, um so den Abstand vom oberen Rand zu ermitteln.

$$\cos(\frac{\alpha}{2}) = \frac{h}{s}$$

$$s = \frac{12cm}{\cos(27{,}728°)}$$

$$s = 13{,}556cm$$

$$s = \frac{8{,}841cm}{\cos(27{,}728°)}$$

$$s = 9{,}988cm$$

Antwort: Die Markierung für 200cm$^3$ muss rund 3,5 cm unterhalb des oberen Randes angebracht werden.