

Hinweis: mit Kopf, aber diesmal auch mit TR!!  
 Alle Aufgaben verlangen eine saubere Darstellung!

Keep cool - viel Glück!  
 Weniger (richtig) ist mehr als alles (falsch)! ☺

1. a) Vereinfache mit Hilfe der Logarithmensätze:

$$\log(3x - 3x) = \log u^2 - \log u = \log x^3 - 2\log \frac{1}{x} = \quad \text{Berechne:} \quad \log(5-4x) = \log(1+4x)$$

b) Eine Exponentialfunktion nimmt nach einer bestimmten Zeit  $t_1$  den Funktionswert  $f(t_1) = 3,0$  an. Berechne dieses  $t_1$ , wenn allgemein gilt:  $f(t) = 0,9 \cdot 1,3^t$

8,5

2. Eine Flasche Milch hat im Kühlschrank die Temperatur von  $4^\circ\text{C}$ . Sie wird aus dem Kühlschrank auf den Tisch gestellt. In der Küche hat es  $20^\circ\text{C}$ . Eine Minute später hat die Milch die Temperatur von  $5,6^\circ\text{C}$ .

a) Beschreibe den Temperaturverlauf innerhalb der ersten 9 Minuten in einem Schaubild (Empfehlung:  $2^\circ = 1\text{cm} / 1\text{min} = 1\text{cm}$ ) - Grad auf 2. Dezimale runden.  
 b) Nach welcher Zeit ist die Temperatur der Milch höher als  $12^\circ\text{C}$ ?

8,5

3. In Nehren wohnt die arme Trudi und weitere 1111 nette Menschen. Jeder spricht mit jedem. Nun soll ausgerechnet ~~Sepp~~ eine ungeheure Erbschaft in Amerika gemacht haben. Eigentlich weiß niemand, woher dieses Gerücht kommt, aber unter dem Hinweis auf unbedingte Verschwiegenheit möchte es jeder jedem weitererzählen.

Um 8:00h wissen 4 Einwohner Bescheid, um 9:00 h sind es schon 11 Einwohner.

- a) Wie wird sich das Gerücht in Nehren verbreiten? Skizziere den typischen Verlauf eines solchen Wachstums graphisch (grob, keine genauen Werte!). Wie heißt die Art dieses Wachstums?  
 b1) Nenne die Formel, welche für die Änderungsraten dieser Art von Wachstum typisch ist und entnimm (bzw. berechne) aus dem Aufgabentext die folgenden Größen (Angabe):  
 b2) obere Schranke b3)  $B(0)$  b4)  $B(1)$  b5)  $k$   
 c) Wie viele Mitbürger wissen das Gerücht nach 2, 3, 4 und 5 Stunden? (kein Schaubild)

7

Pkt-Verteilung $\frac{0}{6} \quad \frac{4}{5} \quad \frac{7}{4} \quad \frac{12}{3} \quad \frac{17}{2} \quad \frac{21}{1} \quad \frac{24}{1}$ Note	Verrechnung: <span style="color: red;">24</span> Punkte Note: <span style="color: red;">1</span>
--	---

super!

0 =

Mathe KA 3

① a)

1.  $\log(3x - 3x) = \log 0 =$  ~~(nicht annehmbar)~~ <sup>geht nicht!</sup> ~~(ma Error)~~ ✓

r 1

2.  $\log u^2 - \log u = \log \frac{u^2}{u} = \log u$  ✓

r 1

3.  $\log x^3 - 2 \log \frac{1}{x}$

$= 3 \log x + 2 \log x$

$= 5 \log x$  ✓

$(= \log x^5) \rightarrow$

r 2

4.  $\log(5 - 4x) = \log(1 + 4x)$

$5 - 4x = 1 + 4x$  ✓

$5 = 1 + 8x$

$4 = 8x$

$\frac{1}{2} = x$  ✓

$L = \left\{ \frac{1}{2} \right\}$  ✓

(exp

$1 + 4x$

$1 - 1$

$1 : 8$

r 2

b)  $3x \quad f(t_x) = 0,9 \cdot 1,3^t$

$3 = 0,9 \cdot 1,3^t$  ✓  $1 : 0,9$

$\frac{10}{3} = 1,3^t$   $1 \log$

$\log \frac{10}{3} = t \log 1,3$   $1 : \log 1,3$

$\frac{\log \frac{10}{3}}{\log 1,3} = t$  ✓

$4,5889 \approx t$

AW:  $t_x$  ist ca. 4,5889.

r 3

Aufgabe 2a durch beschränktes Wachstum lösen:

Ges:  $B(0) = 4$

$$B(1) = 5,6$$

$$S = 20$$

Ges:  $k$

$$B(t+1) = B(t) + k \cdot (S - B(t))$$

Berechnung von  $k$ :

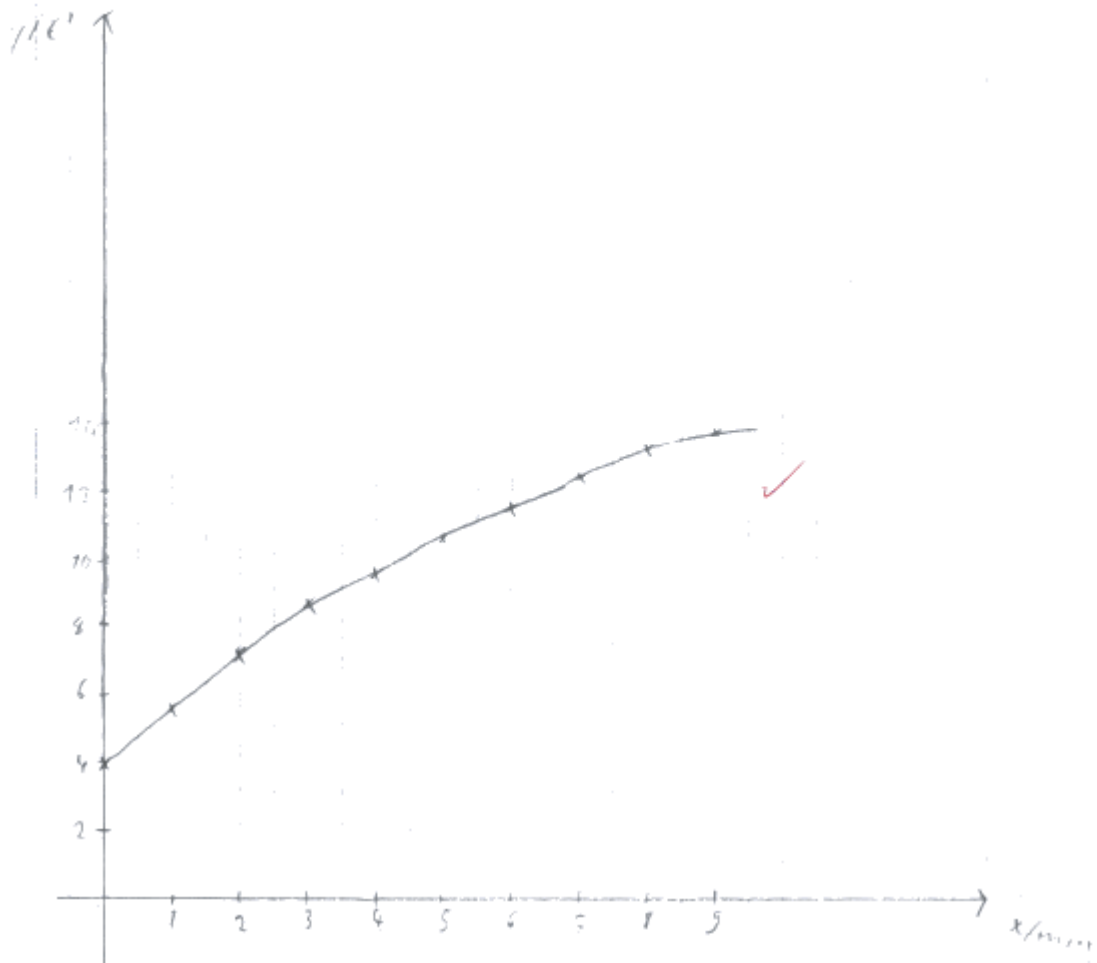
$$5,6 = 4 + k \cdot (20 - 4)$$

$$1,6$$

$$1,6 = k \cdot 16$$

$$| : 16$$

$$\mathbf{0,1 = k}$$



⇒ da sich die Temp immer mehr der Zimmertemperatur annähert, sinkt die Temp-Differenz und steigt dadurch steigt die Temp immer weniger.  
 ⇒ Beschränktes Wachstum der Temperatur. ✓

b) Nach Klapp ca. 6 Minuten 35 Sekunden ist die Temperatur höher als  $12^{\circ}\text{C}$  ✓

Ber: ✓

$$8 = 16 \cdot 0,9^t$$

$$| : 16$$

$$\frac{0,5}{0,5} = 0,9^t$$

$$| \log$$

$$\log 0,5 = t \cdot \log 0,9$$

$$| : \log 0,9 \quad \checkmark$$

$$\frac{\log 0,5}{\log 0,9} = t$$

$$6,5798 \approx t \quad \checkmark$$

3. Geg:

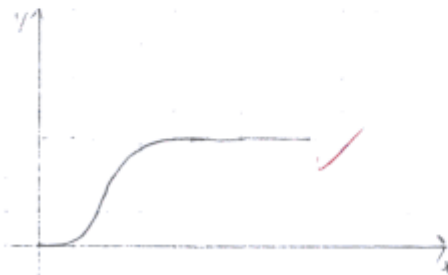
$$B(0) = 4$$

$$B(1) = 11$$

$$S = 1111$$

a)

Das Gerücht wird sich vermutlich durch logistisches Wachstum verbreiten! ✓



=> zuerst erfahren wenige davon, dann immer mehr, wenn viele davon wissen wieder weniger.

b)

$$B(t+1) = B(t) + B(t) \cdot k \cdot (S - B(t)) \quad ✓$$

Geg:

$$B(0) = 4 \quad ✓$$

$$B(1) = 11 \quad ✓$$

$$S = \boxed{1112} \quad ✓$$

ein Zeitschritt: 1h

Ges: k

$$11 = 4 + 4 \cdot k \cdot (1111 - 4) \quad | -4$$

$$7 = 4 \cdot k \cdot 1107 \quad | :4$$

$$\frac{7}{4} = 1107 \cdot k \quad | :1107$$

$$\underline{0,00158085} \approx k \quad ✓$$

c)

$$B(2) = 11 + \frac{11}{4} \cdot 0,00158085 \cdot (1111 - 11)$$
$$\approx \underline{30} \quad \checkmark$$

nach gleichem Prinzip mit Taschenrechner:

$$B(3) \approx \underline{82} \quad \checkmark$$

$$B(4) \approx \underline{214} \quad \checkmark$$

$$B(5) \approx \underline{518} \quad \checkmark \quad \checkmark$$

Antwort:

Nach 2 Stunden wissen 30 <sup>Einwohner</sup> ~~Menschen~~ davon, nach 3 h  
82 Einwohner, nach 4 h 214 Einwohner, nach 5 h  
518 Einwohner.  $\checkmark$   $\checkmark$

## Verbesserung

$$\textcircled{1} \text{ b) } \left(\frac{8}{125}\right)^{-1} : \left(\frac{5}{2}\right)^3$$

$$= \frac{125}{8} \cdot \left(\frac{2}{5}\right)^3$$

$$= \frac{125 \cdot 2^3}{2^3 \cdot 125}$$

$$= 1$$



$$\textcircled{3} \quad \frac{1}{810} = \frac{1}{3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 5} = 3^{-4} \cdot 2^{-1} \cdot 5^{-1}$$

$$\frac{132^6 \cdot 175^6}{5^{12} \cdot 27^6 \cdot 64^6} = \frac{2^6 \cdot 2^6 \cdot 3^6 \cdot 11^6 \cdot 5^6 \cdot 5^6 \cdot 7^6}{5^6 \cdot 5^6 \cdot 3^6 \cdot 7^6 \cdot 2^6 \cdot 2^6 \cdot 11^6}$$

$$= 1$$

	-3	-2,5	-2	-1,5	-1	-0,5	0	0,5	1	1,5	2	2,5	3
$\frac{1}{4x^2}$	0,027	0,004	0,0625	0,11	0,25	1	$\frac{1}{4}$	1	0,25	0,11	0,0625	0,004	0,027

Symmetrie - Eigenschaften:

$f(x)$ : Achsensymmetrisch (y-Achse)

$g(x)$ : Punktsymmetrisch (Ursprung)