

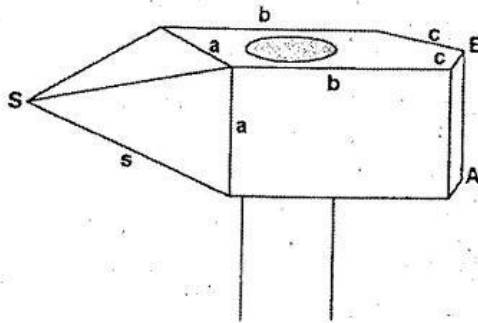
Aufgabe zu Potenzen:

a) Vereinfache so weit wie möglich $\frac{(21^2 \cdot a^3)^5}{(7^5 \cdot a^4)^2}$ mit $a \neq 0$

b) Vereinfache so weit wie möglich $\log(a^2 - 1) - \log(a - 1) - \log((a + 1)^2)$ mit $a > 1$

c) Berechne x aus $2^x \cdot 3^{x+1} = \frac{1}{2}$

Aufgabe zur Körperberechnung:



Das Schrägbild zeigt einen Steinmetzhammer. Der Hammerkopf hat die Form eines Quaders, bei dem auf der einen Seite eine regelmäßige senkrechte Pyramide, auf der anderen ein dreiseitiges Prisma angesetzt ist. Die zylindrische Bohrung im Quader für den Stiel hat den Durchmesser $d = 2,5\text{cm}$.

Die in der Figur benannten Kanten haben die Längen $a = 5,1\text{cm}$, $b = 8,3\text{cm}$, $c = 3,3\text{cm}$ und $s = 7,2\text{cm}$. Die Spitze der Pyramide ist S , die Mitte der Kante AB ist M .

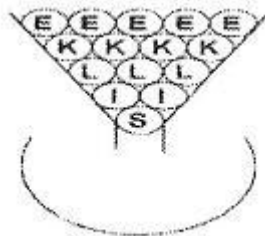
Berechne die Länge SM des Hammerkopfes.

Berechne die Masse des Hammerkopfes, wenn er aus Stahl besteht, von dem 1cm^3 die Masse $7,8\text{g}$ hat.

Aufgabe zur Wahrscheinlichkeitsrechnung:

Silke hat 15 Tischtennisbälle wie in der untenstehenden Skizze mit Buchstaben ihres Namens beschriftet. Die Bälle fallen durch einen Trichter in eine Lostrommel, wo sie gemischt werden.

- Silke zieht aus der Lostrommel einen Ball. Berechne die Wahrscheinlichkeiten der Ereignisse
A: Der gezogene Buchstabe ist kein E
B: Silke zieht den ersten oder den letzten Buchstaben ihres Namens.
- Silke zieht aus der Lostrommel mit dem ursprünglichen Inhalt vier Bälle mit Zurücklegen und notiert die Buchstaben in der gezogenen Reihenfolge. Mit welcher Wahrscheinlichkeit hat sie den Namen ILSE, mit welcher Wahrscheinlichkeit den Namen ELKE notiert?
- Silke kann die 15 Tischtennisbälle mit den Buchstaben ihres Namens so beschriften, dass die Namen ILSE bzw. ELKE nach den gleichen Spielregeln wie bei Teilaufgabe b), aber dieses Mal mit den gleichen von null verschiedenen Wahrscheinlichkeiten notiert werden können. Gib ein Beispiel für eine mögliche Beschriftung an.



Aufgabe zum Wachstum:

Ein Gummiball fällt senkrecht auf harten Boden. Nach dem ersten Aufprall springt er 150cm hoch.

Bei jedem weiteren Aufprall verliert er 15% der zuletzt erreichten Höhe.

- Nach dem wievielten Aufprall ist seine Sprunghöhe erstmals kleiner als 40cm?
- Wie viel cm Sprunghöhe verliert der Ball auf Grund des vierten Aufpralls?

1.

a)

$$\frac{(21^2 \cdot a^3)^5}{(7^5 \cdot a^4)^2} = \frac{21^{10} \cdot a^{15}}{7^{10} \cdot a^8} = \frac{3^{10} \cdot a^7}{1} = 59049a^7$$

b)

$$\lg(a^2 - 1) - \lg(a - 1) - \lg((a+1)^2) \\ = \lg \frac{(a-1)(a+1)}{(a-1)} - \lg((a+1)^2) = \lg \frac{a+1}{(a+1)^2} = \lg \frac{1}{a+1} = -\lg a+1$$

c)

$$2^x \cdot 3^{x+1} = \frac{1}{2}$$

$$2^x \cdot 3^x \cdot 3 = \frac{1}{2}$$

$$6^x = \frac{1}{6} \quad x = \frac{\log 0,16}{\log 6} = -1$$

2.

Höhe der Pyramide:

h_1 :

Diagonale :

$$a^2 + a^2 = c^2$$

$$5,1^2 + 5,1^2 = 52,02 \quad |\sqrt{\quad}$$

$$c = 7,212 \text{ cm}$$

$$0,5c = 3,606 \text{ cm}$$

$$s^2 - 0,5c^2 = h_1^2$$

$$7,2^2 - 3,606^2 = 38,837 \quad |\sqrt{\quad}$$

$$h_1 = 6,232 \text{ cm}$$

Höhe des Prismas:

$$h_2: (0,5a^2) + h_2^2 = c^2$$

$$2,55^2 + h_2^2 = 3,3^2$$

$$h_2^2 = 10,89 - 6,5025$$

$$h_2^2 = 4,3875 \quad |\sqrt{\quad}$$

$$h_2 = 2,094 \text{ cm}$$

$$\text{Strecke SM} = h_1 + b + h_2 = 6,232 \text{ cm} + 8,3 \text{ cm} + 2,094 \text{ cm} \\ = 16,626 \text{ cm}$$

Volumen Quader:

$$V_Q = a \cdot a \cdot b = 5,1 \cdot 5,1 \cdot 8,3 = 215,883 \text{ cm}^3$$

Volumen Zylinder:

$$V_Z = \pi \cdot 1,25^2 = 4,909 \text{ cm}^3$$

$$V_Z = 4,909 \cdot 5,1 = 25,036 \text{ cm}^3$$

Volumen Quader ohne Zylinder:

$$V_Q - V_Z = 215,883 - 25,036 = 190,847 \text{ cm}^3$$

Volumen Pyramide:

$$G_P = a \cdot a = 5,1 \cdot 5,1 = 26,01 \text{ cm}^2$$

$$V_P = 0,33333 \cdot 26,01 \cdot 6,232 = 54,031 \text{ cm}^3$$

Volumen des Prismas ist $G \cdot h$:

$$G = 0,5 a + h_2 = 5,3397 \text{ cm}^2$$

$$V = G \cdot a$$

$$= 5,3397 \text{ cm}^2 \cdot 5,1 \text{ cm}$$

$$= 27,232 \text{ cm}^3$$

Volumen gesamt:

$$190,847 + 54,031 + 27,232 = 272,11 \text{ cm}^3$$

Masse:

$$272,11 \cdot 7,8 = \mathbf{2122,458 \text{ g}} = \mathbf{2,122458 \text{ kg}}$$

3.

a)

$$A: \frac{10}{15} = \frac{2}{3}$$

$$B: \frac{6}{15} = \frac{2}{5}$$

b)

$$\text{Ilse: } \frac{2}{15} \cdot \frac{3}{15} \cdot \frac{1}{15} \cdot \frac{5}{15} = \frac{2}{3375}$$

$$\text{Elke: } \frac{5}{15} \cdot \frac{3}{15} \cdot \frac{4}{15} \cdot \frac{5}{15} = \frac{4}{675}$$

c)

Jeder Buchstabe 3mal

4.

a)

$$150 = B_{(0)} \cdot 0,85^1$$

$$176,47 = B_{(0)}$$

$$40 = 176,47 \cdot 0,85^t$$

$$0,227 = 0,85^t$$

$$t = \frac{\log 0,227}{\log 0,85} = 9,12$$

Nach dem 10. Aufprall (aufrunden!)

b)

$$B_{(3)} = 176,47 \cdot 0,85^3 = 108,375 \text{ cm}$$

$$B_{(4)} = 176,47 \cdot 0,85^4 = 92,118 \text{ cm}$$

$$108,375 - 92,118 = \mathbf{16,257 \text{ cm}}$$