Zentrale Klassenarbeit Mathematik 1999

Aufgabe zu Potenzen:

Die Variablen sind so gewählt, dass alle Terme definiert sind.

a) Vereinfache so weit wie möglich $\frac{6 \cdot (3xy^2)^3}{(9x^2y^3)^2}$

b) Fasse zusammen und vereinfache $\log(x^3 - 4x) + \log\frac{1}{x-2} - \log(x^2 + 2x)$

c) Das Schaubild einer Funktion f mit $f(x) = a \cdot x^r$ geht durch die Punkte $P(2/\frac{8}{3})$ und $Q(3/9)$.

Berechne a und r.

Aufgabe zur Körperberechnung:

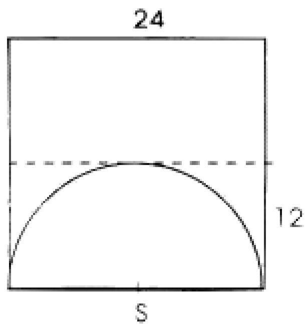

Abbildung 1

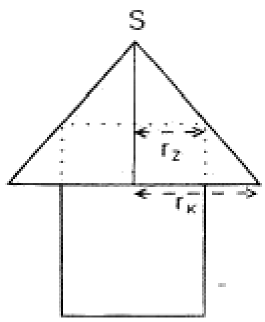

Abbildung 2

Ein Bastler schneidet ein Quadrat der Seitenlänge 24cm in zwei gleich große Rechtecke (siehe Abbildung 1).

a) Das obere Rechteck biegt er zum Mantel eines 12cm hohen Kreiszylinders zusammen.
Zeige, dass der Zylinderradius $r_z \approx 3{,}82$cm ist. Berechne das Zylindervolumen.

b) Aus dem unteren Rechteck schneidet er den abgebildeten Halbkreis aus und biegt ihn zum Mantel eines Kreiskegels zusammen.
Zeige, dass sein Grundkreis den Radius $r_k = 6$cm hat.
Berechne das Volumen des Kegels.

c) Der Kegel wird nun mit der Spitze nach oben über den Zylinder gestülpt (siehe Abbildung 2).
Welche Gesamthöhe hat der entstandene Körper?

Aufgabe zur Wahrscheinlichkeitsrechnung:

Bei einem Klassenfest gibt es eine Tombola mit 200 Losen.
Davon gewinnt 1 Los den Hauptpreis (H), 20 Lose gewinnen Kleinpreise (K) und der Rest der Lose sind Nieten (N). Alle Lose werden in eine Lostrommel gelegt und sorgfältig gemischt. Nun zieht Eva nacheinander zwei Lose und öffnet beide.

a) Zeichne für dieses Zufallsexperiment ein Baumdiagramm und beschrifte die Teilpfade mit den zugehörigen Wahrscheinlichkeiten.

b) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass Eva dabei zumindest einen Kleinpreis, aber nicht den Hauptpreis gewinnt?

Aufgabe zum Wachstum:

Radioaktive Stoffe senden Strahlen aus und zerfallen dabei. Die Masse eines radioaktiven Elements nimmt exponentiell in Abhängigkeit von der Zeit ab.
1986 wurden bei einem Reaktorunfall in Tschernobyl unter anderem radioaktives Jod 131 und Caesium 137 freigesetzt.

a) Die Masse des radioaktiven Jods 131 nimmt pro Tag um 8% ab.
Wie viel Milligramm sind nach 10 Tagen noch vorhanden, wenn es ursprünglich 100mg waren?

b) Caesium 137 hat eine Halbwertszeit von 30 Jahren.
Welcher Anteil (in Prozent)der anfangs vorhandenen Menge Caesium ist nach 13 Jahren noch vorhanden?

Lösungen zu ZK Mathe BW Haupttermin 1999 sprachlich, Gr. A

Aufgabe 1

a)

$$\frac{2}{x}$$

b) Mit Produktregel und Quotientenregel die lg zusammenbringen.

$$\lg \frac{x^3-4x}{(x-2)(x^2+2x)} =$$

Bruchterm vereinfachen.

$$\lg 1 = 0$$

c) $a = \frac{1}{3}$ und $r = 3$.

Aufgabe 2

a)

$$r_Z = \frac{U}{2\pi} = \frac{24cm}{2\pi} \approx 3,82\,cm$$

$$V_Z = \pi r_Z^2 h = 550,04\,cm^3$$

b) Die Mantellinie $s = 12\,\text{cm}$ ist bekannt. Die Mantelfläche ist ein Halbkreis mit Radius 12 cm. Also ist

$$M = \frac{\pi}{2}(12\,cm)^2$$

Außerdem ist $M = \pi r s$. Das setzt man gleich und erhält eine Gleichung für r. Es folgt $r_K = 6\,\text{cm}$. Kegelvolumen

$$V_K = \frac{1}{3} h \pi r_K^2$$

Wir brauchen h. Mit Pythagoras ist

$$h = \sqrt{s^2 - r_K^2} = 10,39\,cm$$

Also ist $V_K = 391,78\,cm^3$.

c) Nenne die Höhe der Kegelspitze, die über den Zylinder herausragt, h_k'. Dann kommt man mit dem Strahlensatz zu

$$\frac{h_K}{r_K} = \frac{h_K'}{r_Z}$$

woraus sich

$$h_K' = r_Z \frac{h_K}{r_K} = 6,62\,cm$$

ergibt. Dann ist die Gesamthöhe 12 cm + 6,62 cm = 18,62 cm.

Aufgabe 3

a) Malen ist mir zu mühsam. Gebe die Wahrscheinlichkeiten für die Verästelungen des Baums an:

1. Los: H $\frac{1}{200}$

- **2. Los: K** $\frac{20}{199}$
- **2. Los: N** $\frac{179}{199}$

1. Los: K $\frac{1}{10}$

- **2. Los: H** $\frac{1}{199}$
- **2. Los: K** $\frac{19}{199}$
- **2. Los: N** $\frac{179}{199}$

1. Los: N $\frac{179}{200}$

- **2. Los: H** $\frac{1}{199}$
- **2. Los: K** $\frac{20}{199}$
- **2. Los: N** $\frac{178}{199}$

b) 3 Pfade sind möglich: (N, K) oder (K, N) oder (K, K).

$$p(N, K) = \frac{179}{200} \cdot \frac{20}{199}$$

$$p(K, N) = \frac{1}{10} \cdot \frac{179}{199}$$

$$p(K, K) = \frac{1}{10} \cdot \frac{19}{199}$$

Ergebnis:

$$p = p(N, K) + p(K, N) + p(K, K) = 0,1894$$

Aufgabe 4

a) Abnahme um 8% heißt Multiplikation mit Faktor 0,92. Dann ist nach 10 Tagen

$$f(10) = 100 \cdot 0,92^{10} = 43,439$$

Es sind also noch 43,439 mg von diesem Dreck übrig.

b) Hier kann man die Zeit in Vielfachen von 30 Jahren angeben. Dann gilt

$$f(x) = f(0) \cdot 0,5^x$$

In unserem Fall ist $x = \frac{13}{30}$. Dann ist

$$f\left(\frac{13}{30}\right) = f(0) \cdot 0,5^{\frac{13}{30}}$$

Anteil:

$$\frac{f\left(\frac{13}{30}\right)}{f(0)} = 0,5^{\frac{13}{30}} = 0,7405$$

Also sind noch 75,05% übrig.