Zentrale Klassenarbeit Mathematik 2001

Aufgabe zu Potenzen:

a) Vereinfache so weit wie möglich: $\dfrac{a^{-5}\,b^2}{c^{-2}\,a^3} : \dfrac{c^4\,b^3}{ba^8}$

b) Löse die Gleichung: $5^{2x} - 4 \cdot 5^x = 0$

c) Bei Erkrankungen der Atemwege verwendet man auch Dosier-Sprays, bei denen mit jedem Sprühstoß dieselbe Menge Wirkstoff abgegeben wird. Eine solche Spraydose enthält eine Lösung mit $5{,}0 \cdot 10^{-2}$g Wirkstoff. Der Inhalt reicht für 400 Sprühstöße.
Wie viel Gramm Wirkstoff sind in einem Sprühstoß enthalten?
Bei jedem Sprühstoß werden $3{,}4 \cdot 10^{8}$ Wirkstoffpartikel freigesetzt. Welche Masse hat ein derartiges Partikel?

Aufgabe zur Wahrscheinlichkeitsrechnung:

Eine 10. Klasse will beim Schulfest mit einem Glücksspiel Geld für einen sozialen Zweck einnehmen. Es wird ein Behälter aufgestellt, der 5 rote, 3 weiße und 2 schwarze Kugeln enthält. Ein Spieler zahlt einen bestimmten Einsatz und darf zwei Kugeln ohne Zurücklegen ziehen.

a) Zeichne für die möglichen Ergebnisse des Spiels ein Baumdiagramm mit den zugehörigen Wahrscheinlichkeiten.

b) Karin und Martin werden von der Klasse beauftragt, eine Gewinnregel für das Spiel festzulegen. Sie diskutieren folgende Varianten.
A: Ein Spieler erhält einen Gewinn, wenn beide Kugeln die gleiche Farbe haben.
B: Ein Spieler erhält einen Gewinn, wenn keine Kugel rot ist.
C: Ein Spieler erhält einen Gewinn, wenn genau eine Kugel schwarz ist.

Berechne die Wahrscheinlichkeit für jede dieser Möglichkeiten.
Für welche Gewinnregel werden Martin und Karin sich entscheiden, wenn die Klasse möglichst viel Geld einnehmen will? Begründe deine Antwort.

Aufgabe zur Körperberechnung:

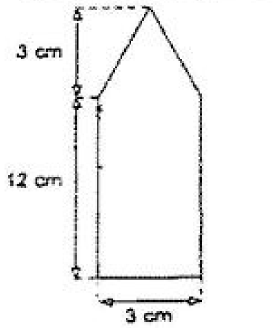
Eine Silvesterrakete besteht aus einem Kreiszylinder und einem aufgesetzten Kegel (siehe Skizze 1).

a) Berechne das Volumen der Silvesterrakete. (Ergebnis: $29{,}25 \cdot \pi$ cm³)

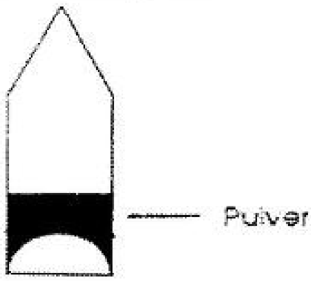
b) Die Rakete wird nun auf die Kegelspitze gestellt und zu 25% des Gesamtvolumens mit Pulver befüllt. Wie hoch steht das Pulver in der Rakete?

c) Die so befüllte Rakete (siehe Teilaufgabe b) wird mit einem halbkugelförmigen Boden verschlossen und wieder gedreht (Skizze 2). Wie hoch steht jetzt das Pulver in der Rakete?

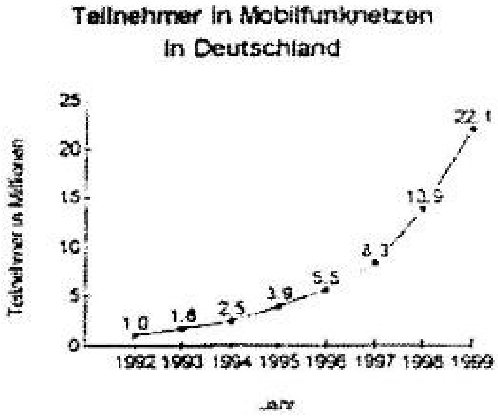
Skizze 1
(nicht maßstabsgetreu)



Skizze 2
(nicht maßstabsgetreu)



Aufgabe zum Wachstum:



Von den ca. 80 Millionen Einwohnern der Bundesrepublik sind immer mehr Teilnehmer in Mobilfunknetzen. Die Angaben in der oberen Grafik beziehen sich jeweils auf das Jahresende. Der Kurvenverlauf lässt eine exponentielle Zunahme der Teilnehmerzahlen ab 1994 vermuten. Bestimme unter dieser Annahme aus den Angaben für die Jahre 1994 und 1995 das Wachstumsgesetz.
Wie viele Mobilfunkteilnehmer wären nach diesem Modell für das Jahr 2001 zu erwarten? Ab wann werden nach diesem Modell mehr als drei Viertel der Bevölkerung Mobilfunk anwenden?

Lösungen zu ZK Mathe BW Haupttermin 2001

Aufgabe 1

a)

$$\frac{1}{c^2}$$

b)

$$\lg_5 4 = 0,86$$

c) In einem Sprühstoß sind 0,000125 g Wirkstoff enthalten. Ein Partikel hat eine Masse von $3,68 \cdot 10^{-13}$ g.

Aufgabe 2 (Gr. A) oder Aufgabe 3 (Gr. B)

a) Malen ist mir zu mühsam. Gebe die Wahrscheinlichkeiten für die Verästelungen des Baums an:

1. Kugel rot $\frac{5}{10}$

- **2. Kugel rot** $\frac{4}{9}$
- **2. Kugel weiß** $\frac{3}{9}$
- **2. Kugel schwarz** $\frac{2}{9}$

1. Kugel weiß $\frac{3}{10}$

- **2. Kugel rot** $\frac{5}{9}$
- **2. Kugel weiß** $\frac{2}{9}$
- **2. Kugel schwarz** $\frac{2}{9}$

1. Kugel schwarz $\frac{2}{10}$

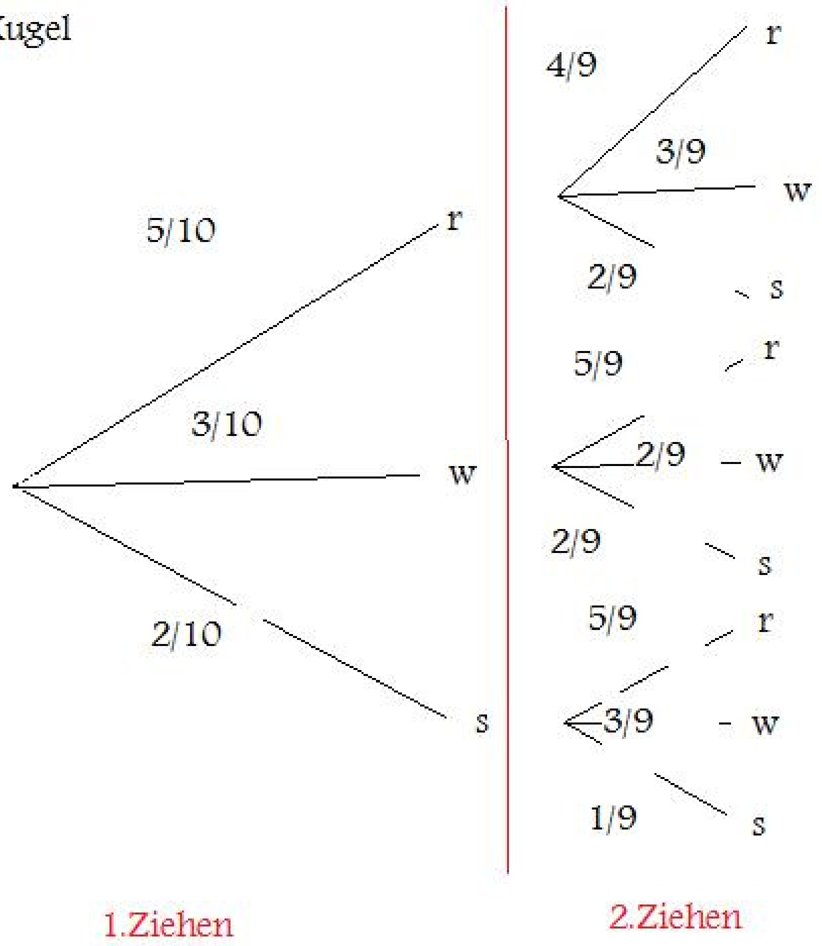
- **2. Kugel rot** $\frac{5}{9}$
- **2. Kugel weiß** $\frac{3}{9}$
- **2. Kugel schwarz** $\frac{1}{9}$

Legende:

r=rote Kugel

w=weiße Kugel

s=schwarze Kugel



b)

$$p(A) = \frac{5}{10} \cdot \frac{4}{9} + \frac{3}{10} \cdot \frac{2}{9} + \frac{2}{10} \cdot \frac{1}{9} = 0,31$$

$$p(B) = \frac{5}{10} \cdot \frac{4}{9} = 0,22$$

$$p(C) = \frac{2}{10} \cdot \frac{8}{9} + \frac{8}{10} \cdot \frac{2}{9} = 0,36$$

Die Wahl fällt auf B.

Aufgabe 3 (Gr. A) oder Aufgabe 2 (Gr. B)

a) Zylinder

$$V_Z = 12\,cm \cdot \pi(1,5\,cm)^2$$

Kegel

$$V_K = \frac{1}{3} \cdot 3\,cm \cdot \pi(1,5\,cm)^2$$

Zusammen

$$V = 13\,cm \cdot (1,5\,cm)^2 \cdot \pi = 29,25 \cdot \pi cm^3$$

b) Man sieht sofort, dass der Kegel gefüllt ist. Also muss im Zylinder noch das Volumen $0,25V - V_K = 15,904\,\mathrm{cm}^3$ untergebracht werden. Das entspricht einer Füllhöhe von 2,25 cm im Zylinder. Damit steht das Pulver insgesamt 5,25 cm hoch.

c) (Nur Gruppe B) Entweder man weiß es oder man rechnet es nach: Das Volumen der Halbkugel ist gleich dem Volumen des Kegels. Am besten überlegt man sich, wie hoch das Pulver im Zylinder stehen muss, wenn es ein Volumen von $0,25V + V_K$ ausfüllen muss. Das Pulver steht 4,25cm hoch.

Aufgabe 4

a) Das Wachstumsgesetz für exponentielles Wachstum hat immer die Form

$$B(t) = B(0) \cdot a^t$$

Rechne die Zeit in Jahren ab 1994. Dann sind $B(0) = 2,5$ und

$$a = \frac{B(1)}{B(0)} = 1,56$$

Also

$$B(t) = 2,5 \cdot 1,56^t$$

Für 2001:

$$B(7) = 56,21$$

Also 56,21 Mio. Teilnehmer. Ab 2002 wären es mehr als 3 Viertel der Bevölkerung.

b) (Nur Gruppe A) Es ist $S = 0,7 \cdot 80 = 56$. Außerdem $B(0) = 8,3$ und $B(1) = 13,9$. Bestimme daraus $k = 0,014145$. Das Jahr 2001 ist 4 Jahre nach 1997, also ist $B(4)$ zu berechnen. Das muss schrittweise geschehen. Es ergeben sich folgende Werte:

Jahr	t	Teilnehmer in Mio.
1999	2	22,18
2000	3	32,79
2001	4	43,55