Kl. 11c KA Nr.2 B

Aufgabe1: Bestimmen Sie die Symmetrie der Schaubilder der Funktionen mit folgenden Termen (mit Rechnung oder sonstiger Begründung!):

a) $f_1(x) = (2x - 5)(5x - 2)$

b) $f_2(x) = 2x^6 - 6x^4 + 2x^2 - 8$

c) $f_3(x) = (x^2 - 1)^4(x^3 - 2x)^3$

d) $f_4(x) = 3x^7 – x^5 + 5x -1$

Aufgabe2: Bestimmen Sie alle Nullstellen der Funktionen f und g und skizzieren Sie damit und anhand von Symmetriebetrachtungen und des Verhaltens für große x-Werte die Schaubilder der Funktionen $f(x) = x^4 – 13x^2 + 36$ und $g(x) = 3x^4 + 3x^3 – 3x^2 - 3x$.

Aufgabe3: **a)** Das y-Achsen-symmetrische Schaubild einer ganzrat. Funktion f kommt von oben, hat im Ursprung eine zweifache Mullstelle und bei x = 4 eine dreifache Nullstelle. Wie lautet der einfachste denkbare Funktionsterm? Skizzieren Sie den zugehörigen Kurvenverlauf.

b) Kann eine Ursprungs-punktsymmetrische Funktion im Ursprung eine doppelte Nullstelle besitzen (Begründung!)?

Lösungen:

Aufgabe1:

a) $f_1(x) = 10x^2 - 29x + 10$
$f_1(-x) = 10x^2 + 29x + 10$ $f_1(x) \neq f_1(-x)$

b) $f_2(x) = 2x^6 – 6x^4 + 3x^2 - 8$
$f_2(-x) = 2x^6 – 6x^4 + 3x^2 - 8$ $f_2(x) = f_2(-x)$ => YAS (Y-Achsensymmetrisch)

c) $f_3(x) = x^{17} – 10x^{15} + 42x^{13} – 96x^{11} + 129x^9 -102x^7 + 44x^5 – 8x^3$
alle Hochzahlen ungerade => UPS (Ursprungspunktsymmetrisch)
für alle die kein GTR haben: $f_3(-x) = (x^2 - 1)^4(-x^3 + 2x)^3$
bei der 2. Klammer Vorzeichen vertauscht, daher UPS

d) nicht symmetrisch wegen Absolutglied (= x^0) oder $f_4(x) \neq f_4(-x)$

Aufgabe2:

f(x): Nst: substituieren: x^2 sei u => $f(u) = u^2 - 13u + 36$
mit Lösungsformel lösen: u1 = 9 u2 = 4
$u = x^2$ => $x_1 = +/- 3$ $x_2 = +/- 2$
$N_1(-3/0)$ $N_2(-2/0)$ $N_3(2/0)$ $N_4(3/0)$

Sym: $f(-x) = x^4 – 13x^2 + 36 = f(x)$ => YAS

Verh. für X: $+/+ \infty$ für $+/- \infty$

g(x): <u>Nst:</u> $g(x) = 3x^4 + 3x^3 - 3x^2 - 3x$ geratene Nst: 1

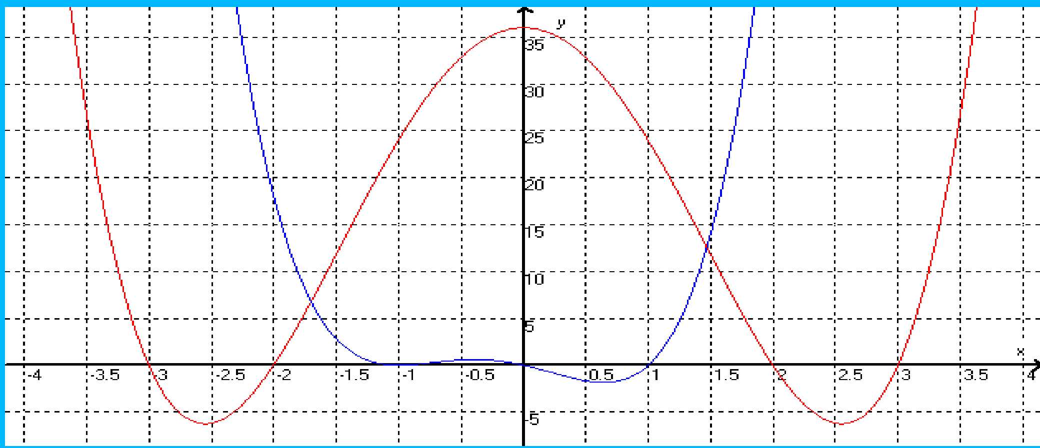
$= 3x (x^3 + x^2 - x - 1)$ => Nst bei 0

$(x3 + x^2 - x - 1)/(x - 1) = (x + 1)^2$ => doppelte Nst bei -1

N5(0/0) N6(1/0) N7/8(-1/0)

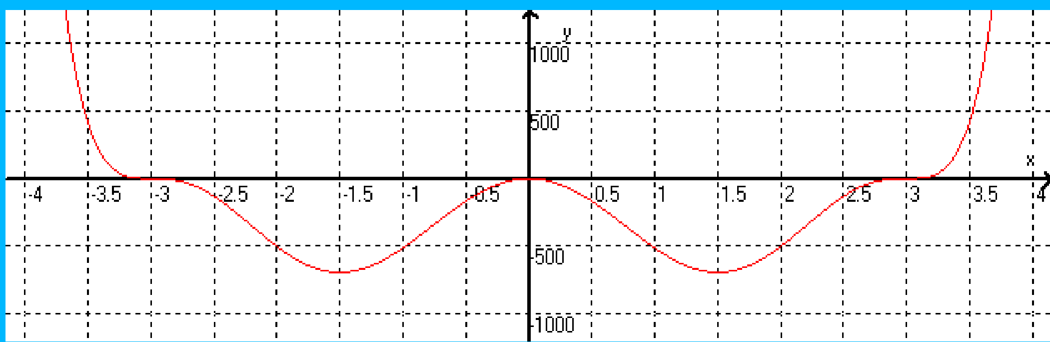
Sym: $g(x) \neq g(-x)$ => nicht symmetrisch

Verh. für X: $+/+ \infty$ für $+/- \infty$



Aufgabe3:

a) bei x = 4 3-fache Nst, Schaubild YAS, daher x = - 4 auch 3-fache Nst.
$f(x) = (x + 0)^2 (x - 4)^3 (x + 4)^3 = x^8 - 27x^6 + 243x^4 - 729x^2$



b) Nein, weil bei einer geraden Anzahl von denselben Nullstellen die Kurve die x-Achse nicht überquert. Bei einer Kurve die ursprungspunktsymmetrisch ist müsste die x-Achse allerdings im Ursprung überquert werden, das heißt sie müsste im Ursprung eine ungerade Anzahl Nullstellen haben.