

Mathe Arbeit für Klasse 11

Aufgabe 1

Gegeben ist das Dreieck ABC mit A (0/0), B (4/3) und C (-2/11)

- Berechne die Länge der drei Seiten des Dreiecks
- Berechne das Maß des Winkels α
- Zeige: $\beta=90^\circ$
- Ermittle rechnerisch die Koordinaten des Schnittpunkts S der Seite BC mit der y Achse
- Berechne den Flächeninhalt des Dreiecks.

Aufgabe 2

Gib die maximale Definitionsmenge folgender Funktionen an:

- $f(x)=2/(2-x)$
- $f(x)=3/(2\sqrt{x-2})$.

Aufgabe 3

Gib die Wertemenge folgender Funktionen an:

- $f(x)=4-4x^2$
- $f(x)=1+\sin x$.

Aufgabe 4

Gegeben ist die Funktion $f(x)=2x-|3-2x|$

- Stelle f betragsfrei dar
- Bestimme die Definitions- und Wertemenge von f
- Zeichne ein Schaubild von f.

Aufgabe 5

Ein Kreis hat den Mittelpunkt m(6/0) und die Gerade g: $6x+4y+3=0$ als Tangente.
Berechne den Radius dieses Kreises.

Lösung KA 41

1. a)

$$A(0|0); \quad B(4|3); \quad C(-2|11)$$

$$\overline{AB}^2 = (y_A - y_B)^2 + (x_A - x_B)^2 \quad (\text{nach Satz des Pythagoras})$$

$$\Rightarrow \overline{AB} = \sqrt{(y_A - y_B)^2 + (x_A - x_B)^2} = \sqrt{(0-3)^2 + (0-4)^2} = \sqrt{9+16} = 5$$

$$\overline{BC}^2 = (y_B - y_C)^2 + (x_B - x_C)^2$$

$$\Rightarrow \overline{BC} = \sqrt{(y_B - y_C)^2 + (x_B - x_C)^2} = \sqrt{(3-11)^2 + (4+2)^2} = \sqrt{64+36} = 10$$

$$\overline{AC}^2 = (y_B - y_C)^2 + (x_B - x_C)^2$$

$$\Rightarrow \overline{AC} = \sqrt{(y_A - y_C)^2 + (x_A - x_C)^2} = \sqrt{(0-11)^2 + (0+2)^2} = 5\sqrt{5} \approx 11,18$$

b)

Bestimmung der Steigung von \overline{AB} :

$$m_{AB} = \frac{y_A - y_B}{x_A - x_B} = \frac{0-3}{0-4} = \frac{3}{4} = 0,75$$

Best. des Schnittwinkels von \overline{AB} mit der x -Achse:

$$\tan \varphi = m_{AB} = 0,75$$

$$\Rightarrow \varphi \approx 36,87^\circ$$

Bestimmung der Steigung von \overline{AC} :

$$m_{AC} = \frac{y_A - y_C}{x_A - x_C} = \frac{0-11}{0+2} = -\frac{11}{2} = -5,5$$

Best. des Schnittwinkels von \overline{AC} mit der x -Achse:

$$\tan \omega = m_{AC} = -5,5$$

$$\Rightarrow \omega \approx 100,3^\circ$$

$$\alpha = \omega - \varphi = 100,3^\circ - 36,87^\circ = 63,43^\circ$$

c)

Unter Verwendung der Umkehrung des Satzes des Pythagoras:

$$\overline{AB} = 5; \quad \overline{BC} = 10; \quad \overline{AC} = 5\sqrt{5} \quad (\text{s.1a})$$

$$\text{Bed.: } \overline{AB}^2 + \overline{BC}^2 = \overline{AC}^2$$

$$5^2 + 10^2 = (5\sqrt{5})^2$$

$$\Leftrightarrow 25 + 100 = 125 \quad (w)$$

$$\Rightarrow \beta = 90^\circ$$

d)

$$B(4|3); \quad C(-2|11)$$

Bestimmung der Geradengleichung von \overline{BC} :

$$y = m_{BC} \cdot x + n$$

$$m_{BC} = \frac{y_B - y_C}{x_B - x_C} = \frac{3 - 11}{4 - (-2)} = \frac{-8}{6} = -\frac{4}{3}$$

$$\Rightarrow y = -\frac{4}{3}x + n \quad (\text{Koordinaten von B einsetzen})$$

$$3 = -\frac{4}{3} \cdot 4 + n$$

$$n = 8\frac{1}{3}$$

$$\Rightarrow S_y(0|8\frac{1}{3})$$

e)

$$A = \frac{1}{2} \cdot \sin \alpha \cdot \overline{AB} \cdot \overline{AC}$$

$$A = \frac{1}{2} \cdot \sin 63,43^\circ \cdot 5 \cdot 11,18 \quad (\text{Werte aus Aufgabe b und c entnommen})$$

$$\approx 25$$

2. a) $x \in \mathbb{R}^{\neq 2}$

b) $x \in \mathbb{R}^{>2}$

3. a) $y \in \mathbb{R}^{\leq 4}$

b) $y \in \mathbb{R}; 0 \leq y \leq 2$

4. a)

$$f(x) = 2x - |3 - 2x|$$

$$\Leftrightarrow f(x) = 2x - (3 - 2x) \quad \text{für } 3 - 2x \geq 0$$

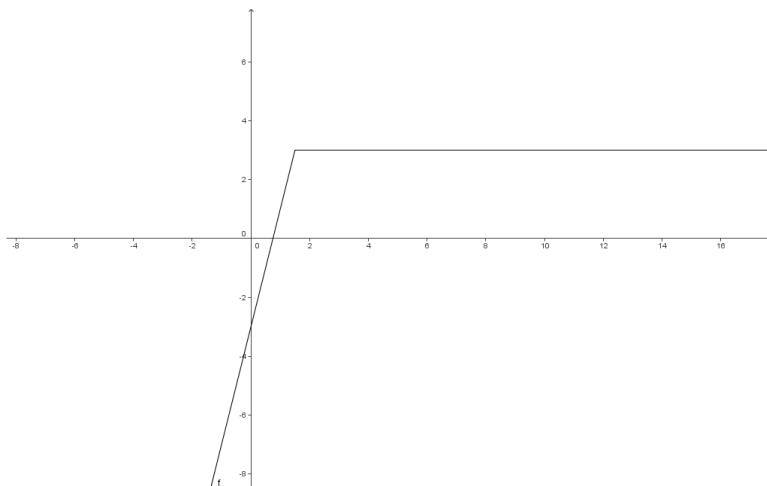
$$\vee f(x) = 2x + (3 - 2x) \quad \text{für } 3 - 2x \leq 0$$

$$\Leftrightarrow f(x) = 4x - 3 \quad \text{für } x \leq 1,5$$

$$\vee f(x) = 3 \quad \text{für } x \geq 1,5$$

b) $D = \mathbb{R} \quad W = \mathbb{R}^{\leq 3}$

c)



5. $M(0|6); t: 6x + 4y + 3 = 0$

Grundgleichung des Kreises:

$$(x - x_M)^2 + (y - y_M)^2 = r^2$$

$$(x - 0)^2 + (y - 6)^2 = r^2$$

$$\Leftrightarrow x^2 + (y - 6)^2 = r^2$$

t wird nach y umgeformt und in die Kreisgleichung eingesetzt:

$$6x + 4y + 3 = 0$$

$$\Leftrightarrow 4y = -6x - 3$$

$$\Leftrightarrow y = -1,5x - 0,75$$

$$\Rightarrow x^2 + (-1,5x - 0,75 - 6)^2 = r^2$$

$$\Leftrightarrow x^2 + (-1,5x - 6,75)^2 = r^2$$

$$\Leftrightarrow x^2 + 2,25x^2 + 20,25x + 45,5625 - r^2 = 0$$

$$\Leftrightarrow 3,25x^2 + 20,25x + 45,5625 - r^2 = 0 \quad | : 3,25$$

$$\Leftrightarrow x^2 + 6\frac{3}{13}x + 14\frac{1}{52} - \frac{4}{13}r^2 = 0$$

$$\Leftrightarrow x_1 = -3\frac{3}{26} + \sqrt{9\frac{477}{676} - 14\frac{1}{52} + \frac{4}{13}r^2}$$

$$x_2 = -3\frac{3}{26} - \sqrt{9\frac{477}{676} - 14\frac{1}{52} + \frac{4}{13}r^2}$$

Damit t eine Tangente ist, darf die quadratische Gleichung nur eine Lösung haben. Also muss die Diskriminante gleich 0 sein:

$$\sqrt{9\frac{477}{676} - 14\frac{1}{52} + \frac{4}{13}r^2} = 0$$

$$-4\frac{53}{169} + \frac{4}{13}r^2 = 0$$

$$r = 3,74 \text{ (neg. Lösung entfällt)}$$