

- 1) Folgende Bruchterme werden mit $(4 - x)$ erweitert. Für welche x -Werte sind der gegebene und der erweiterte Term äquivalent?

a) $\frac{9x^2 + 24x + 16}{0,6x - 3}$

b) $\frac{2x + 7,3}{(4x - 9)(5 + 7x)}$

c) $\frac{64}{x^2 - \frac{9}{16}}$

- 2) Bringe die Brüche auf den kleinsten gemeinsamen Nenner. Vereinfache dann soweit wie möglich.

a) $\frac{2a}{a-3} + \frac{2-a}{2a-6} - \frac{1}{2a}$

b) $\frac{4x+9y}{4x^2-12xy+9y^2} - \frac{7}{2x-3y} - \frac{5}{3y-2x}$

- 3) Kürze falls möglich. Beachte, dass man Summen und Differenzen zunächst in ein Produkt verwandeln muß.

a) $\frac{a^2+1}{a^2}$

b) $\frac{ab^2+ba^2}{a^2(a+b)^2}$

c) $\frac{(x^2+26x+169)(x-13)}{x^2-169}$

d) $\frac{(1+a)-x(a+1)}{x-1}$

e) $\frac{(x+y) \cdot (a+b)^2}{(a^2-b^2) \cdot (x^2-y^2)}$

- 4) Kürze vor dem Addieren oder Subtrahieren und vereinfache dann soweit wie möglich:

a) $\frac{x-y}{x^2-y^2} + \frac{xy}{y^3-x^2y}$

b) $\frac{a^2-b^2}{2a+2b} - \frac{3a^2+4ab}{2ba-4a^2}$

Lösungsvorschlag „Klassenarbeit Nr. 5“ Mathematik

1. Der Nenner sowohl des ursprünglichen als auch des erweiterten Bruchs muss ungleich Null sein.

a) Als Nenner des erweiterten Bruches ergibt sich:

$$(0,6x - 3) \cdot (4 - x)$$

Dieser darf nicht Null werden:

$$\begin{aligned} & (0,6x - 3) \cdot (4 - x) \neq 0 \\ \Leftrightarrow & 0,6x - 3 \neq 0 \quad \wedge \quad 4 - x \neq 0 \\ \Leftrightarrow & 0,6x \neq 3 \quad \wedge \quad x \neq 4 \\ \Leftrightarrow & x \neq 5 \quad \wedge \quad x \neq 4 \end{aligned}$$

$$\Rightarrow D = Q \neq 4; 5$$

b) Als Nenner des erweiterten Bruches ergibt sich:

$$(4x - 9) \cdot (5 + 7x) \cdot (4 - x)$$

$$\begin{aligned} & (4x - 9) \cdot (5 + 7x) \cdot (4 - x) \neq 0 \\ \Leftrightarrow & 4x - 9 \neq 0 \quad \wedge \quad 5 + 7x \neq 0 \quad \wedge \quad 4 - x \neq 0 \\ \Leftrightarrow & 4x \neq 9 \quad \wedge \quad 7x \neq -5 \quad \wedge \quad x \neq 4 \\ \Leftrightarrow & x \neq \frac{9}{4} \quad \wedge \quad x \neq -\frac{5}{7} \quad \wedge \quad x \neq 4 \end{aligned}$$

$$\Rightarrow D = Q \neq \frac{9}{4}; -\frac{5}{7}; 4$$

c) Als Nenner des erweiterten Bruches ergibt sich:

$$\begin{aligned} & \left(x^2 - \frac{9}{16}\right) \cdot (4 - x) \\ \Leftrightarrow & \left(x - \frac{3}{4}\right) \left(x + \frac{3}{4}\right) (4 - x) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \left(x - \frac{3}{4}\right) \left(x + \frac{3}{4}\right) (4 - x) \neq 0 \\ \Leftrightarrow & x - \frac{3}{4} \neq 0 \quad \wedge \quad x + \frac{3}{4} \neq 0 \quad \wedge \quad 4 - x \neq 0 \\ \Leftrightarrow & x \neq \frac{3}{4} \quad \wedge \quad x \neq -\frac{3}{4} \quad \wedge \quad x \neq 4 \end{aligned}$$

$$\Rightarrow D = Q \neq \frac{3}{4}; -\frac{3}{4}; 4$$

$$\begin{aligned}
2. \text{ a) } & \frac{2a}{a-3} + \frac{2-a}{2a-6} - \frac{1}{2a} \\
&= \frac{2a}{a-3} + \frac{2-a}{2(a-3)} - \frac{1}{2a} \\
&= \frac{4a^2}{2a(a-3)} + \frac{(2-a)a}{2a(a-3)} - \frac{a-3}{2a(a-3)} \\
&= \frac{4a^2 + 2a - a^2 - a + 3}{2a(a-3)} \\
&= \frac{3a^2 + a + 3}{2a(a-3)}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\text{b) } & \frac{4x+9y}{4x^2-12xy+9y^2} - \frac{7}{2x-3y} - \frac{5}{3y-2x} \\
&= \frac{4x+9y}{(2x-3y)^2} - \frac{7}{2x-3y} + \frac{5}{2x-3y} \\
&= \frac{4x+9y}{(2x-3y)^2} - \frac{7(2x-3y)}{(2x-3y)^2} + \frac{5(2x-3y)}{(2x-3y)^2} \\
&= \frac{4x+9y-7(2x-3y)+5(2x-3y)}{(2x-3y)^2} \\
&= \frac{4x+9y-14x+21y+10x-15y}{(2x-3y)^2} \\
&= \frac{15y}{(2x-3y)^2}
\end{aligned}$$

$$3. \text{ a) } \frac{a^2+1}{a^2}$$

$$\begin{aligned}
\text{b) } & \frac{ab^2+ba^2}{a^2(a+b)^2} \\
&= \frac{ab(b+a)}{a^2(a+b)^2} \\
&= \frac{ab}{a^2(a+b)} \\
&= \frac{b}{a(a+b)}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\text{c) } & \frac{(x^2+26x+169)(x-13)}{x^2-169} \\
&= \frac{(x+13)^2 \cdot (x-13)}{(x-13)(x+13)} \\
&= x+13
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\text{d) } & \frac{(1+a)-x(a+1)}{x-1} \\
&= \frac{(a+1)(1-x)}{-(1-x)} \\
&= \frac{a+1}{-1} \\
&= -a-1
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\text{e) } & \frac{(x+y) \cdot (a+b)^2}{(a^2-b^2) \cdot (x^2-y^2)} \\
&= \frac{(x+y) \cdot (a+b)^2}{(a-b)(a+b)(x-y)(x+y)} \\
&= \frac{a+b}{(a-b)(x-y)}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
4. \text{ a) } & \frac{x-y}{x^2-y^2} + \frac{xy}{y^3-x^2y} \\
&= \frac{x-y}{(x-y)(x+y)} + \frac{xy}{y(y^2-x^2)} \\
&= \frac{x-y}{(x-y)(x+y)} + \frac{xy}{y(y-x)(y+x)} \\
&= \frac{y-x}{(y-x)(y+x)} + \frac{x}{(y-x)(y+x)} \\
&= \frac{y-x+x}{(y-x)(y+x)} \\
&= \frac{y}{(y-x)(y+x)}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\text{b) } & \frac{a^2-b^2}{2a+2b} - \frac{3a^2+4ab}{2ba-4a^2} \\
&= \frac{(a-b)(a+b)}{2(a+b)} - \frac{a(3a+4b)}{2a(b-2a)} \\
&= \frac{a-b}{2} - \frac{3a+4b}{2(b-2a)} \\
&= \frac{(a-b)(b-2a)-3a-4b}{2(b-2a)} \\
&= \frac{ab-b^2-2a^2+2ab-3a-4b}{2(b-2a)} \\
&= \frac{3ab-3a-4b-2a^2-b^2}{2(b-2a)}
\end{aligned}$$